



**ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ**

**ЗБИРКА ЗАДАТАКА И ТЕСТОВА ЗНАЊА  
ИЗ  
ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2**

**(РЕГИОНАЛНА И РЕПУБЛИЧКА ТАКМИЧЕЊА  
УЧЕНИКА ДРУГОГ РАЗРЕДА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА)**

**НИШ, децембар 2004.**

*Издавач*

ЗАЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ  
Ниш, Београдска 16

*За издавача*

МИРЈАНА ЈОВАНОВИЋ, дипл. инж. елек., председник Заједнице

*Уредник*

ТОМИСЛАВ РАДОЈКОВИЋ, саветник у Министарству просвете и спорта

*Стручни редактори и компјутерска обрада текста и слика*

ГОРДАНА МИЈАТОВИЋ, дипл. инж. елек., професор у Средњој техничкој школи  
ПТТ, Београд

МАЈА ТОДОРОВИЋ, дипл. инж. елек., професор у Средњој техничкој школи  
ПТТ, Београд

*Припрема за штампу*

ТОМИСЛАВ РАДОЈКОВИЋ, саветник у Министарству просвете и спорта

*Тираж:* 1000 примерака

*Штампа:* Графопак, Аранђеловац

**ISBN 86-906595-1-X**

# САДРЖАЈ

ПРЕДГОВОР .....	5
ШКОЛЕ У КОЈИМА СУ ОДРЖАНА РЕГИОНАЛНА И РЕПУБЛИЧКА ТАКМИЧЕЊА.....	7
ЗАДАЦИ И ТЕСТОВИ ЗНАЊА СА РЕГИОНАЛНИХ ТАКМИЧЕЊА....	9
Прво .....	10
Друго.....	12
Треће.....	14
Четврто .....	16
Пето .....	18
Шесто.....	23
Седмо.....	27
Осмо.....	31
Девето .....	35
Десето .....	38
ЗАДАЦИ И ТЕСТОВИ ЗНАЊА СА РЕПУБЛИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА ..	42
Прво .....	43
Друго.....	45
Треће.....	47
Четврто .....	50
Пето .....	53
Шесто.....	58
Седмо.....	62
Осмо.....	66
Девето.....	69
Десето .....	72
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА И ТЕСТОВА ЗНАЊА СА РЕГИОНАЛНИХ ТАКМИЧЕЊА .....	75
Прво .....	76
Друго.....	80
Треће.....	84
Четврто .....	88
Пето .....	93
Шесто.....	98
Седмо.....	102
Осмо.....	105
Девето .....	109
Десето .....	112

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА И ТЕСТОВА ЗНАЊА СА РЕПУБЛИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА .....	116
Прво .....	117
Друго.....	121
Треће.....	125
Четврто .....	129
Пето .....	135
Шесто.....	141
Седмо.....	146
Осмо.....	150
Девето .....	155
Десето .....	159

# ПРЕДГОВОР

Скупштина Заједнице електротехничких школа Републике Србије је донела одлуку да, поводом десет година такмичења ученика електротехничких школа, изда **Збирку задатака и тестова знања из ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2 са регионалних и републичких такмичења**. За десет година на регионалним такмичењима, после реализованих школских, учествовало је око 3000 ученика (око 300 на једном такмичењу), а на републичким око 300 (око 30 ученика на једном такмичењу).

Сва такмичења су била добро организована захваљујући највише школи – домаћину такмичења, великом броју спонзора, Министарству просвете и Извршном одбору Заједнице електротехничких школа Србије.

Задатке и тестове знања су састављали школски надзорници и саветници из Министарства просвете, сем **првог** регионалног и републичког такмичења. Задаци и тестови знања су састављани на основу предлога **великог броја наставника из електротехничких школа** и овом приликом им, у име својих колега састављача задатака и тестова знања за такмичења, много захваљујем.

Прва четири регионална и републичка такмичења су имала по пет задатака, сем првог и трећег регионалног по четири задатка, из више тематских целина наизменичних струја основа електротехнике предвиђених за ученике другог разреда, а за остала такмичења су припремани тестови знања који су садржавали по 15 до 20 краћих задатака. Тест знања је састављан тако да има три групе задатака. Прва група је имала 5 до 7 задатака са понуђеним одговорима за сваки задатак по 3 до 5 одговора и ученик је требало да заокружи тачан одговор. За нетачно заокружен одговор предвиђени су негативни бодови, сем петог регионалног такмичења, када није било негативних бодова. Друга група је имала од 3 до 5 задатака на које је требало дати одговор у виду **једне до четири реченице**, а трећа група је имала 4 до 7 краћих задатака.

Искуство је показало да је такмичење путем **теста знања** много бољи начин да се **провере знања ученика и унапреди квалитет рада наставника** основа електротехнике од понуђених само пет задатака.

Збирка задатка и тестова знања из ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2 садржи називе свих школа у којима су одржана сва регионална и републичка такмичења – домаћине такмичења, све задатке и тестове знања са свих десет регионалних и републичких такмичења ученика другог разреда електротехничких школа и сва решења са ових такмичења.

Збирка задатака и тестова знања биће од велике користи свим ученицима који желе да провере стечена знања из ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2 и да се припреме за наредна такмичења.

Наставницима ће омогућити да унапреде квалитет наставе тако што ће ученике упућивати да са разумевањем решавају задатке, а не шаблонски, применом математичког апарата и припреме ученике за наредна такмичења. На ово указују одговори ученика код задатака када су понуђени одговори. Мали број ученика даје све тачне одговоре, иако је потребно само заокружити тачан одговор.

Ево неколико савета ученицима како да користе Збирку задатака и тестова знања из ОСНОВЕ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2. После сваке пређене тематске целине из наизменичних струја Основа електротехнике почните да решавате задатке из те тематске целине тако што

ћете задатак прочитати онолико пута док вам текст задатка буде потпуно јасан. Када сте постављени задатак решили, тек онда можете погледати решење у Збирци и тада проанализирајте добро ваш одговор и одговор дат у Збирци. Уколико сваки задатак решавате на овај начин, сигурно ћете имати велике користи од ове Збирке. Само у случајевима када не знате да решите задатак и после проучавања одговарајуће теорије, онда погледајте решење – нека овај начин буде изузетак у коришћењу решења у Збирци задатака и тестова знања из ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2.

Заједница електротехничких школа Републике Србије исказује на овај начин велику захвалност Вишој електротехничкој школи из Београда, а посебно њеном професору и директору мр Драгољубу Мартиновићу, који је помагао многе активности ове Заједнице а **и издавање ове Збирке.**

30. децембар 2004.

Уредник

# ШКОЛЕ У КОЈИМА СУ ОДРЖАНА РЕГИОНАЛНА И РЕПУБЛИЧКА ТАКМИЧЕЊА

## РЕГИОНАЛНА ТАКМИЧЕЊА

### Прво, 21. мај 1994.

- Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд
- Електротехничка школа "Никола Тесла", Ниш
- Електротехничка школа "Михајло Пупин", Нови Сад
- Прва техничка школа, Крагујевац
- Електротехничка школа "Миладин Поповић", Приштина

### Друго, 15. април 1995.

- Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд
- Електротехничка школа "Никола Тесла", Ниш
- Електротехничка и грађевинска школа "Никола Тесла", Зрењанин
- Електро-саобраћајна школа "Никола Тесла", Краљево
- Електротехничка школа "Миладин Поповић", Приштина

### Треће, 20. април 1996.

- Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд
- Електротехничка школа "Никола Тесла", Ниш
- Средња техничка школа "Никола Тесла", Сремска Митровица
- Техничка школа, Чачак
- Електротехничка школа "Миладин Поповић", Приштина

### Четврто, 10. мај 1997.

- Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд
- Електротехничка школа "Никола Тесла", Ниш
- Техничка школа, Суботица
- Машинско-електротехничка школа, Крушевац
- Електротехничка школа "Миладин Поповић", Приштина

### Пето, 9. мај 1998.

- Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд
- Техничка школа, Кикинда
- Машинско-електротехничка школа, Параћин
- Техничка школа, Зајечар
- Техничка школа "Михајло Петровић - Алас", Косовска Митровица

### Шесто, 13. мај 2000.

- Електротехничка школа "Раде Кончар", Београд
- Техничка школа "9. мај", Бачка Паланка
- Техничка школа "Јован Жујовић", Горњи Милановац
- Техничка школа, Пирот

### **Седмо, 12. мај 2001.**

- Техничка школа, Обреновац
- Средња техничка школа "Никола Тесла", Сремска Митровица
- Машинско-електротехничка школа, Параћин
- Електротехничка школа "Никола Тесла", Ниш

### **Осмо, 11. мај 2002.**

- Техничка школа, Младеновац
- Техничка школа "Михајло Пупин", Инђија
- Електро-саобраћајна школа "Никола Тесла", Краљево
- Електро-машинска школа, Алексинац

### **Девето, 17. мај 2003.**

- Електропривредна школа, Београд
- Средња техничка школа "Михајло Пупин", Кула
- Техничка школа, Аранђеловац
- Електротехничка школа "Мија Станимировић", Ниш

### **Десето, 15. мај 2004.**

- Електротехничка школа "Земун", Земун
- Средња техничка школа "Миленко Брзак -Уча", Рума
- Техничка школа, Трстеник
- Техничка школа, Лесковац

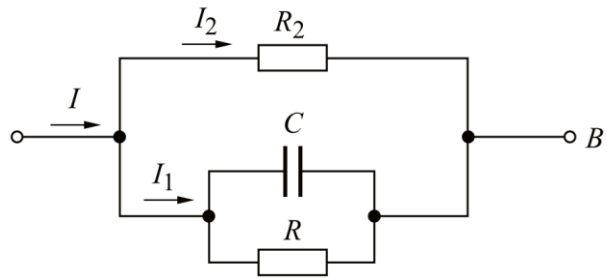
## **РЕПУБЛИЧКА ТАКМИЧЕЊА**

- 1. Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд**
- 2. Електротехничка школа "Михајло Пупин", Нови Сад**
- 3. Електротехничка школа "Никола Тесла", Панчево**
- 4. Електротехничка школа "Никола Тесла", Ниш**
- 5. Техничка школа, Смедерево**
- 6. Електротехничка школа "Михајло Пупин", Нови Сад**
- 7. Прва техничка школа, Крагујевац**
- 8. Електротехничка школа "Раде Кончар", Београд**
- 9. Техничка школа, Суботица**
- 10. Електротехничка школа "Никола Тесла", Београд**

**ЗАДАЦИ И  
ТЕСТОВИ ЗНАЊА  
СА  
РЕГИОНАЛНИХ ТАКМИЧЕЊА**

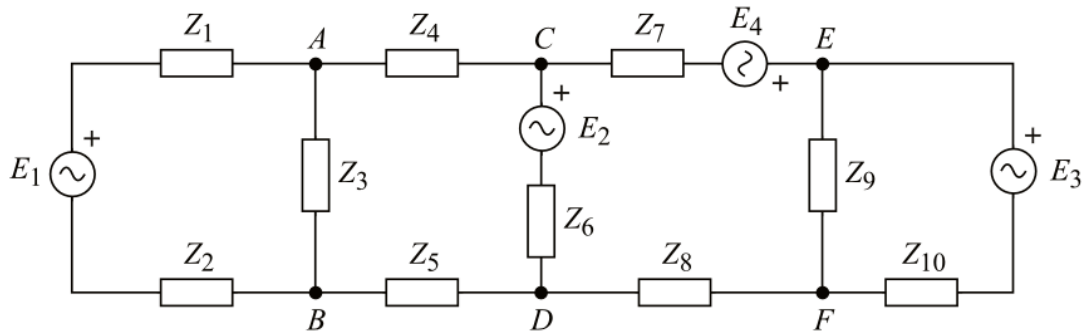
**Прво регионално такмичење**  
**Мај 1994.**

1. За део кола простопериодичне струје (на слици), познато је  $R=20\text{k}\Omega$ ,  $I=10\text{mA}$ ,  $I_1=6\text{mA}$  и  $I_2=5\text{mA}$ . Нацртати фазорски дијаграм и одредити активну снагу  $P_2$  пријемника отпорности  $R_2$ .



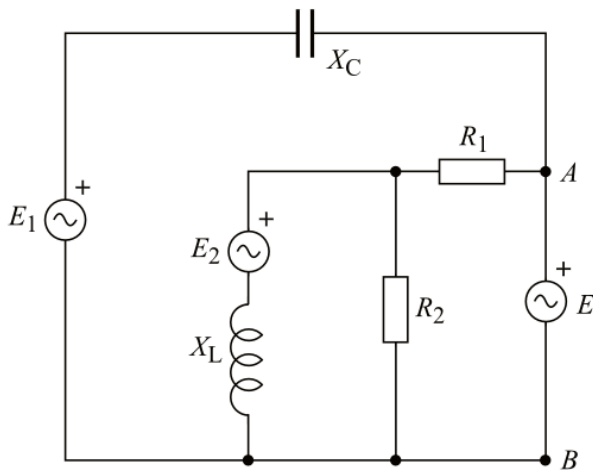
Број поена за одговор: 25

2. За коло простопериодичне струје (на слици), познате су следеће вредности:  $\underline{E}_1=20\text{V}$ ,  $\underline{E}_2=(2+j2)\text{V}$ ,  $\underline{E}_3=(5+j5)\text{V}$ ,  $\underline{Z}_1=10\Omega$ ,  $\underline{Z}_2=(10+j10)\Omega$ ,  $\underline{Z}_3=-j10\Omega$ ,  $\underline{Z}_4=15\Omega$ ,  $\underline{Z}_5=j8\Omega$ ,  $\underline{Z}_6=j2\Omega$ ,  $\underline{Z}_7=2\Omega$ ,  $\underline{Z}_8=(1+j)\Omega$ ,  $\underline{Z}_9=(5+j10)\Omega$ ,  $\underline{Z}_{10}=(5-j10)\Omega$ . Одредити електромоторну силу  $E_4$  тако да струја кроз импедансу  $Z_7$  буде једнака нули.



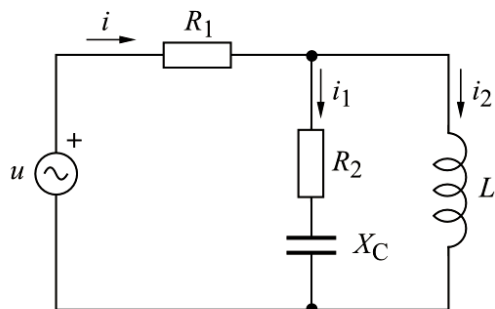
Број поена за одговор: 25

3. За коло на слици одредити привидну снагу на генератору  $E$ . Вредности елемената су:  $X_C=X_L=1\Omega$ ,  $R_1=R_2=1\Omega$ ,  $\underline{E}_1=(2+j2)\text{V}$ ,  $\underline{E}_2=(1+j2)\text{V}$ ,  $\underline{E}=j2\text{V}$ . Задатак решити применом Тевененове теореме.



Број поена за одговор: 25

4. У колу на слици познато је  $u = 24\sqrt{2} \sin(2000t - 45^\circ)\text{V}$ ,  $R_1 = R_2 = 2\Omega$ ,  $X_C = 2\Omega$ . Коло је у резонанцији. Одредити:  $L$ ,  $i$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  и  $P$ .

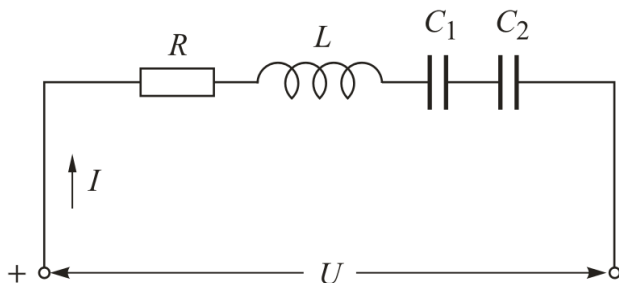


Број поена за одговор: 25

Укупан број поена: 100

**Друго регионално такмичење**  
**Април, 1995.**

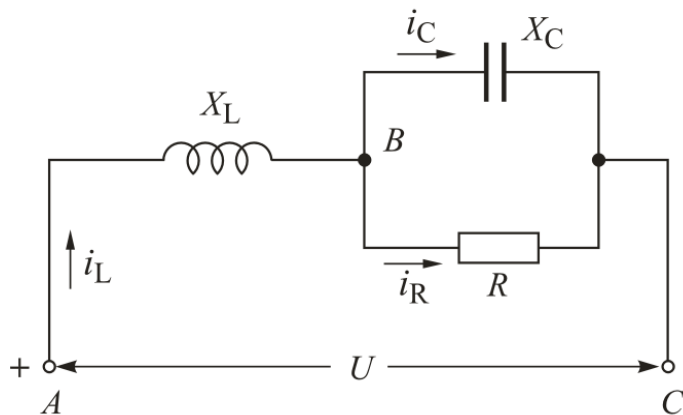
1. У колу на слици познато је  $R=100\Omega$ ,  $L=10\text{mH}$ ,  $C_1=0,1\mu\text{F}$ ,  $\omega=10^5\text{rad/s}$ . Ако је угао  $\varphi$  фазни померај између напона  $U$  и струје  $I$ , израчунати:
- $C_2$  за које ће  $\varphi$  бити  $\varphi=\pi/4$
  - $C_2$  за које ће  $\varphi$  бити  $\varphi=-\pi/4$
  - $C_2$  тако да струја у колу има максималну амплитуду.



Број поена за одговор: 20

2. Коло на слици има параметре:  $X_C=4\text{k}\Omega$ ,  $X_L=3,44\text{k}\Omega$ ,  $R=3\text{k}\Omega$ . Прикључује се на простопериодични напон чија је активна снага коју предаје колу  $P=300\text{mW}$ . Ако се претпостави да је почетна фаза струје  $i_C$ ,  $\psi_C=0$ , израчунати ефективне вредности, почетне фазе и написати изразе за:

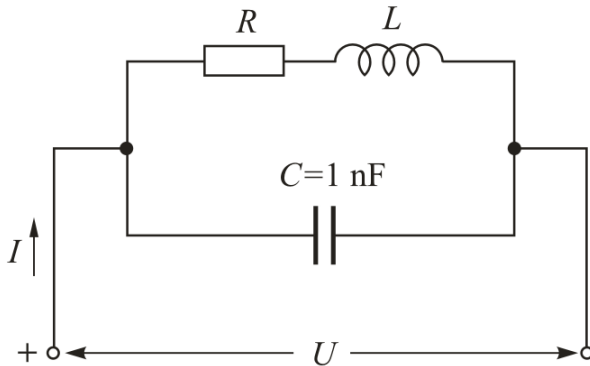
- $i_R(t)$
- $i_C(t)$
- $i_L(t)$
- $u_{AC}(t)$  и израчунати  $u_{AC}(0)$
- нацртати потпуни фазорски дијаграм напона и струја  $\underline{U}_{AC}$ ,  $\underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{BC}$ ,  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_L$ ,  $\underline{I}_C$ .



Број поена за одговор: 20

3. Паралелно коло је прикључено на извор простопериодичног напона. Параметри кола су:  $R=200\Omega$ ,  $L=0,25\text{mH}$ ,  $C=1\text{nF}$ . Одредити у ком фреквенцијском подручју се коло понаша као:
- активна отпорност (извести образац за  $\omega$ ,  $\omega=f(R,L,C)$ )
  - импеданса капацитивног карактера

- в) импеданса индуктивног карактера  
 г) ако је  $\omega=10^6 \text{ rad/s}$  наћи укупну адмитансу кола.

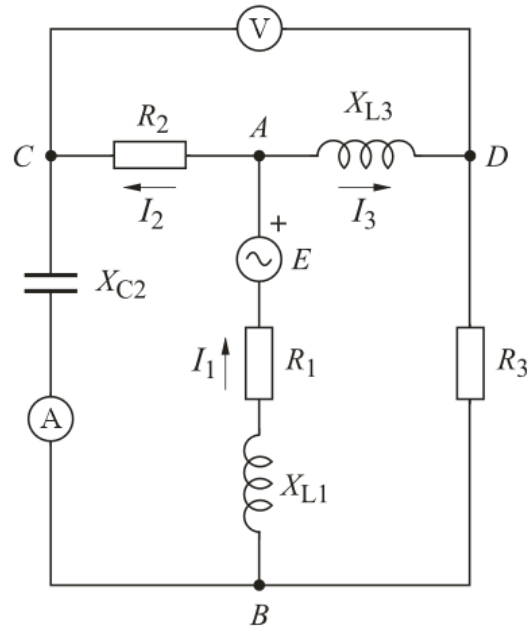


Број поена за одговор: 20

4. Инструменти су идеалних карактеристика. За коло су познати:  $R_1=R_3=1\text{k}\Omega$ ,  $R_2=4\text{k}\Omega$ ,  $X_L=X_{L3}=2\text{k}\Omega$ ,  $X_{C2}=2\text{k}\Omega$ . Напон на волтметру је  $U_V=0\text{V}$ , а струја амперметра  $I_A=2\text{mA}$ . Ако се претпостави да је почетна фаза струје  $I_2$ ,  $\psi_2=0$ , израчунати:

- а)  $\underline{I}_3$   
 б)  $\underline{I}_1$   
 в)  $\underline{E}$   
 г) привидну снагу генератора, S.

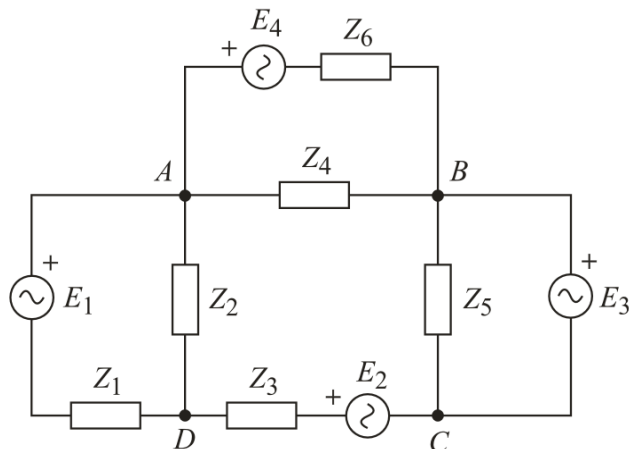
Број поена за одговор: 20



5. Израчунати ефективну вредност струје  $I$  кроз  $Z_4$  кола на слици, ако су параметри кола :  $\underline{E}_1=6\text{jV}$ ,  $\underline{E}_2=(3-\text{j}3)\text{V}$ ,  $\underline{E}_3=(1-\text{j}3)\text{V}$ ,  $\underline{E}_4=(1-\text{j}9)\text{V}$ ,  $\underline{Z}_1=4\text{k}\Omega$ ,  $\underline{Z}_2=-\text{j}4\text{k}\Omega$ ,  $\underline{Z}_3=4\text{k}\Omega$ ,  $\underline{Z}_4=\text{j}\text{k}\Omega$ ,  $\underline{Z}_5=(1-\text{j})\text{k}\Omega$ ,  $\underline{Z}_6=(6-\text{j}2)\text{k}\Omega$ .

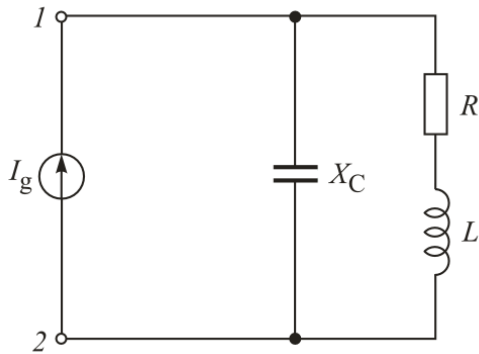
Број поена за одговор: 20

Укупан број поена: 100



**Треће регионално такмичење**  
**Април, 1996.**

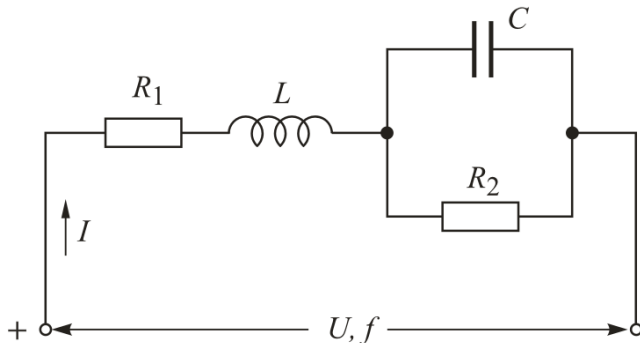
1. У мрежи простопериодичне струје приказаној на слици је познато  $I_g=2\text{mA}$ ,  $R=200\Omega$  и  $X_L=100\Omega$ . Напон на калему је у фази са струјом струјног генератора. Одредити реактансу кондензатора  $X_C$ . Колика је комплексна привидна снага струјног генератора?



Број поена за одговор: 25

2. У колу простопериодичне струје, приказаном на слици, је:  $U=50\text{V}$ ,  $R_1=5\Omega$ ,  $R_2=6\Omega$ ,  $L=300\mu\text{H}$  и  $C=250\mu\text{F}$ . Одредити:

- а) Учестаност  $f$  при којој је струја  $I$  у фази са напонем  $U$   
 б) Струју  $I$  при испуњеном услову а).

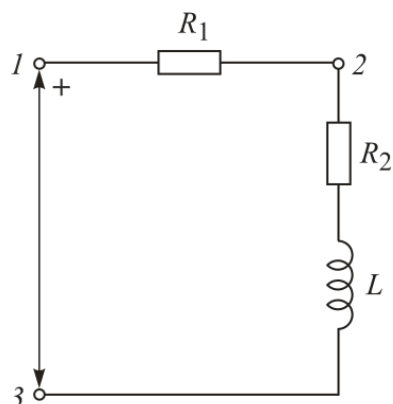


Број поена за одговор: 25

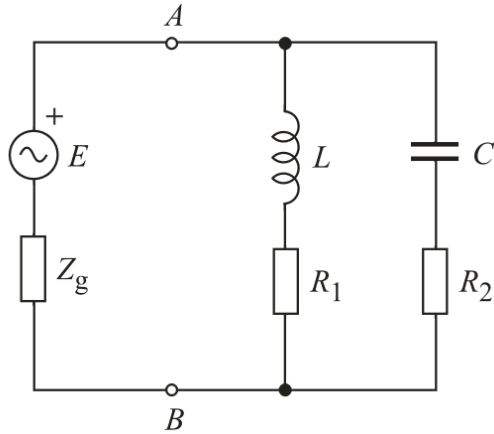
3. У делу кола простопериодичне струје, приказаном на слици, учестаности  $f=50\text{Hz}$  познате су ефективне вредности напона:  $U_{13}=145\text{V}$ ,  $U_{12}=100\text{V}$  и  $U_{23}=100\text{V}$ . Активна снага пријемника отпорности  $R_2$  је  $P_{R_2}=5\text{W}$ . Одредити:

- а) Ефективну вредност напона на калему  $U_L$   
 б) Ефективну вредност струје  $I$   
 в) Индуктивност  $L$  и отпорност  $R_2$ .

Број поена за одговор: 25



4. У колу простопериодичне струје, приказаном на слици, фреквенција генератора  $f$  може да се мења од  $f=0$  до  $f \rightarrow \infty$ . Одредити отпорности  $R_1$  и  $R_2$ , индуктивност  $L$  и капацитивност  $C$ , тако да еквивалентна импеданса кола, десно од тачака  $A$  и  $B$ , буде једнака импеданси генератора на свим фреквенцијама ( $|Z_{AB}| = |Z_g|$ ), а да на фреквенцији  $f_0=1\text{kHz}$  снаге отпорника  $R_1$  и  $R_2$  буду једнаке. Познато је  $E=10\text{V}$  и  $Z_g=4\Omega$ .

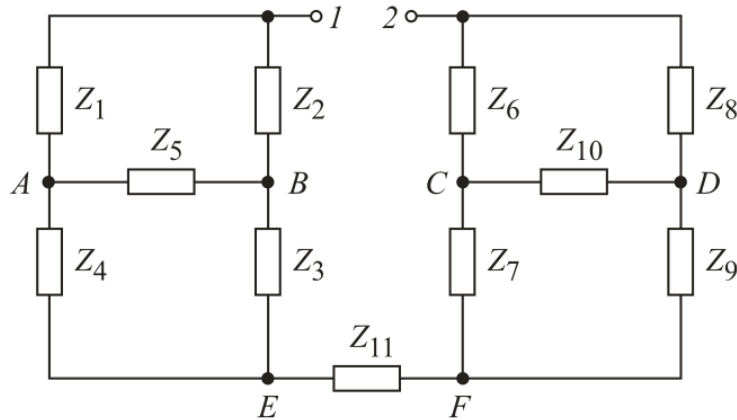


Број поена за одговор: 25

Укупан број поена: 100

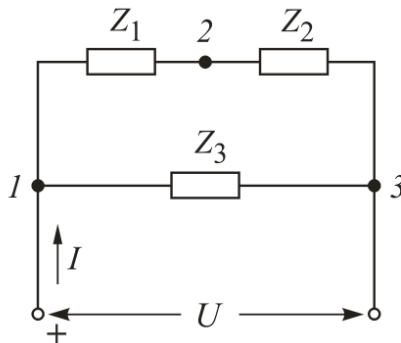
**Четврто регионално такмичење**  
**Мај 1997.**

1. а) Одредити еквивалентну комплексну импедансу између тачака 1 и 2 ако је познато:  $Z_1=Z_3=j100\Omega$ ,  $Z_2=Z_4=j200\Omega$ ,  $Z_5=-j300\Omega$ ,  $Z_6=-j100\Omega$ ,  $Z_7=-j400\Omega$ ,  $Z_8=j25\Omega$ ,  $Z_9=j100\Omega$ ,  $Z_{10}=125\Omega$  и  $Z_{11}=(150+j100)\Omega$  (слика1).  
 б) Одредити вредности елемената помоћу којих се може реализовати пријемник који има комплексну импедансу одређену под а), на кружној учестаности  $\omega=2\pi f=1000s^{-1}$ .



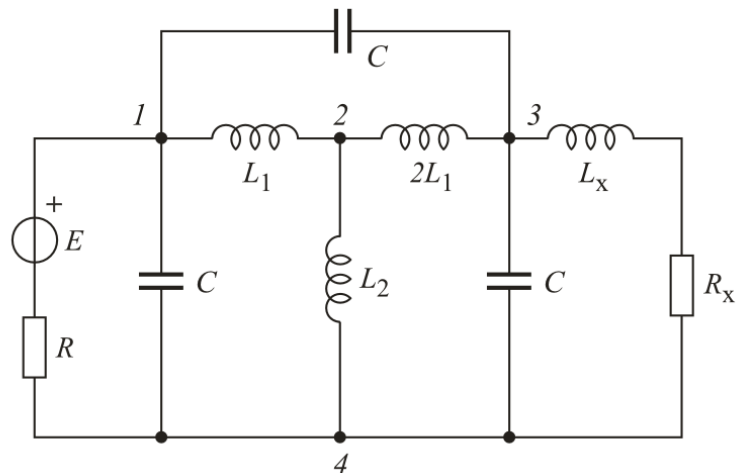
Број поена за одговор: 20

2. У мрежи простопериодичне струје, са слике, познато је:  $Y_3=(20-j50)mS$ ,  $Z_2=(6-j8)\Omega$  и  $\underline{U}=(6+j8)V$ . Укупна активна снага првог и другог пријемника је  $P_{12}=4W$ , а ефективна вредност струје је  $I=1A$ . Струја  $I_{32}$  предњачи напону  $\underline{U}$ . Одредити комплексну импедансу првог пријемника.



Број поена за одговор: 20

3. За коло простопериодичне струје са слике је познато:  
 $E=1mV$   
 $R=100\Omega$   
 $L_1=60\mu H$   
 $L_2=20\mu H$   
 $C=100pF$

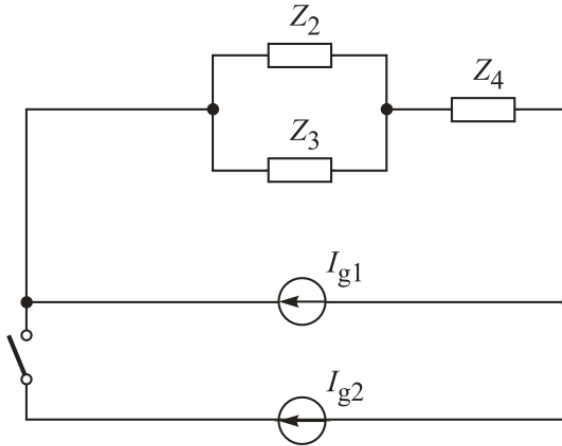


а кружна учестаност је  $\omega=10^7\text{s}^{-1}$

Израчунати  $L_X$  и  $R_X$  тако да снага отпорника  $R_X$  буде максимална. Колика је та максимална снага?

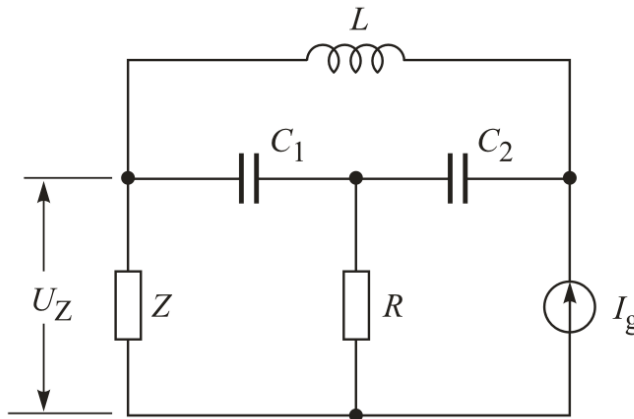
Број поена за одговор: 20

4. Четири пријемника комплексних импеданси  $Z_1=(100+j300)\Omega$ ,  $Z_2=(700+j100)\Omega$ ,  $Z_3=(500-j500)\Omega$  и  $Z_4=(25+j75)\Omega$  и два идеална струјна генератора простопериодичних струја ефективних вредности  $I_{g1}=40\text{mA}$  и  $I_{g2}$ , формирају коло као на слици. Када је прекидач П отворен, привидна снага другог пријемника је  $S=\sqrt{2}/2 \text{ VA}$ . После затварања прекидача активна снага свих пријемника се смањује два пута. Одредити фазну разлику струја  $I_{g1}$  и  $I_{g2}$ .



Број поена за одговор: 20

5. У колу простопериодичне струје са слике, познато је:  $\omega=10^6\text{s}^{-1}$ ,  $R=100\Omega$ ,  $L=300\mu\text{H}$ ,  $C_1=10\text{nF}$  и  $C_2=5\text{nF}$ . Реактивна снага калема  $L$  је  $Q_L=3\text{kVA}_r$ , ефективна вредност напона пријемника  $Z$  је  $U_Z=100\text{V}$  и овај напон фазно заостаје за струјом идеалног струјног генератора за  $\pi/2$ . Израчунати ефективну вредност струјног генератора и његову комплексну привидну снагу.



Број поена за одговор: 20

Укупан број поена: 100

**Пето регионално такмичење**  
**Мај 1998.**

1. Колика је угаона учестаност, а колики период струја чија је фреквенција 100 MHz?
- a)  $\omega=628 \cdot 10^6 1/s$ ,  $T=10 \cdot 10^{-6}s$
  - б)  $\omega=628 \cdot 10^6 1/s$ ,  $T=10 \cdot ns$
  - в)  $\omega=628 \cdot 10^6 1/s$ ,  $T=1 \cdot 10^{-6}s$
  - г)  $\omega=628 \cdot 10^6 1/s$ ,  $T=10 \cdot 10^6s$

*Број поена за одговор: 3*

2. Који од израза за ефективну, максималну и средњу вредност простопериодичне струје није тачан?

- a)  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$
- б)  $I_{sr} = \frac{2I_m}{\pi}$
- в)  $I_{sr} < I$
- г)  $I_m = \frac{I}{\sqrt{2}}$

*Број поена за одговор: 3*

3. Колико износи индуктивна отпорност идеалног калема индуктивности 2H, кроз који протиче једносмерна струја интензитета 1,5A?

- a) 3Ω
- б) 2Ω
- в) 6Ω
- г) 0Ω

*Број поена за одговор: 3*

4. Колико износи тренутна вредност напона на који је прикључен термогени отпорник  $R=44\Omega$  у тренутку  $t=T/3$  ако је струја  $i = 10\sqrt{2}\sin 314t$  A?

- a)  $220\sqrt{6}V$
- б) 220 V
- в)  $220\sqrt{3} V$
- г)  $220\sqrt{2}V$

*Број поена за одговор: 3*

5. Колико износи ефективна вредност струје  $I$  која пролази кроз коло са кондензатором  $C=80\mu F$ , ако је прикључен на напон  $u = 125\sqrt{2}\cos(100t-\pi/4)$ ?

- a)  $I=\sqrt{2}/2$  A
- б)  $I=\sqrt{2}$  A

- в)  $I=1\text{A}$
- г)  $I=2\text{A}$

Број поена за одговор: 3

6. Кроз кондензатор чији је размак облога  $d=2\text{mm}$ , протиче наизменична струја  $I=2\text{A}$ . Колики треба да буде размак облога да би ефективна вредност струје била  $I_1=4\text{A}$ ? (Ефективна вредност напона на крајевима кондензатора и фреквенција се не мењају).

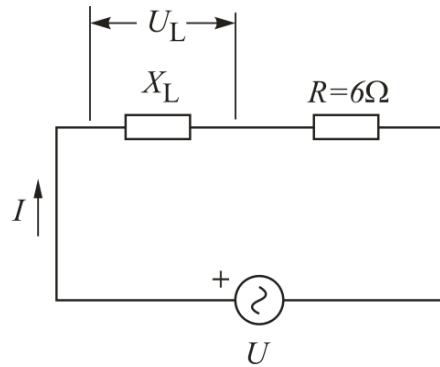
- а)  $d=1\text{mm}$
- б)  $d=8\text{mm}$
- в)  $d=4\text{mm}$
- г)  $d=16\text{mm}$

Број поена за одговор: 4

7. У колу на слици фреквенција је  $f=50\text{Hz}$ ,  $R=6\Omega$ , а калем је идеалан. Кроз коло протиче струја јачине  $I=5\text{A}$ , при чему је напон на калему  $U_L=40\text{V}$ . Колика је ефективна вредност напона на крајевима кола?

- а)  $U=50\text{V}$
- б)  $U=60\text{V}$
- в)  $U=70\text{V}$
- г)  $U=100\text{V}$

Број поена за одговор: 4



8. Како гласи комплексни израз за  $e=-220/\sqrt{2} \cos(\omega t-60^\circ)$ ?

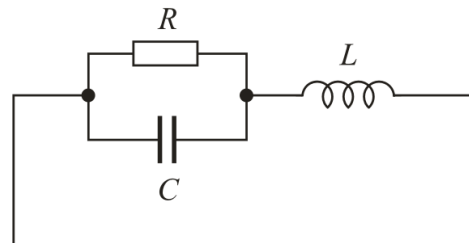
- а)  $\underline{E}=220e^{-j150^\circ}\text{V}$
- б)  $\underline{E}=110e^{j60^\circ}\text{V}$
- в)  $\underline{E}=-220\text{V}$
- г)  $\underline{E}=110e^{-j150^\circ}\text{V}$

Број поена за одговор: 4

9. Колико износи еквивалентна импеданса кола са слике ако је  $R=X_L=X_C=10\Omega$ ?

- а)  $\underline{Z}_e=(5-j5)\Omega$
- б)  $\underline{Z}_e=(5+j5)\Omega$
- в)  $\underline{Z}_e=15\Omega$
- г)  $\underline{Z}_e=j15\Omega$

Број поена за одговор: 4



10. Струја у колу са калемом мења се по закону  $i = I_m \sin(\omega t - 60^\circ)$ . Како гласе изрази за напон и ЕМС самоиндукције у колу?

- а)  $u = U_m \sin(\omega t - 150^\circ)$      $e = E_m \sin(\omega t + 30^\circ)$
- б)  $u = U_m \sin(\omega t + 30^\circ)$      $e = E_m \sin(\omega t + 30^\circ)$
- в)  $u = U_m \sin(\omega t + 30^\circ)$      $e = E_m \sin(\omega t - 150^\circ)$
- г)  $u = U_m \cos(\omega t + 30^\circ)$      $e = E_m \sin(\omega t - 150^\circ)$

*Број поена за одговор: 4*

11. Резистанса неког елемента је  $10\Omega$ , а реактанса  $20\Omega$ . Колике су кондуктанса и сусцептанса тог елемента?

- а)  $G=0,02S$      $B=0,04S$
- б)  $G=0,02S$      $B=-0,04S$
- в)  $G=-0,02S$      $B=0,04S$
- г)  $G=-0,02S$      $B=-0,04S$

*Број поена за одговор: 5*

12. Ако су напон и струја пријемника дефинисани изразима  $u=100\sin(\omega t + 17^\circ)$  и  $i=25\sin(\omega t - 28^\circ)$ , какав је однос његове активне и реактивне отпорности?

- а)  $R=1/2X$
- б)  $R=X$
- в)  $R=2X$
- г)  $R=4X$

*Број поена за одговор: 5*

13. Ако су комплексни изрази за напон и струју пријемника:  $\underline{U}=(80+j60)V$  и  $\underline{I}=20A$ , колико износе активна, реактивна и привидна снага?

- а)  $P=1200W$      $Q=1200Var$      $S=2000VA$
- б)  $P=1600W$      $Q=1600Var$      $S=2000VA$
- в)  $P=1600W$      $Q=1200Var$      $S=2000VA$
- г)  $P=1200W$      $Q=1600Var$      $S=2000VA$

*Број поена за одговор: 5*

14. Паралелна веза  $R=12\Omega$ ,  $X_L=6\Omega$ ,  $X_C=12\Omega$  прикључена ја на напон  $u=120\sqrt{2}\sin 314t$ . Колико износи резултантна струја у колу?

- а)  $i = 20A$
- б)  $i = 20\sin(314t - 45^\circ)A$
- в)  $i = 40A$
- г)  $i = 20\sin(314t + 45^\circ)A$

*Број поена за одговор: 5*

15. У редном RLC колу које је прикључено на напон  $\underline{U}=(120+j40)V$ , познато је  $R=10\Omega$ ,  $X_C=6\Omega$ . Колико износи  $Z$  а колико  $I$  ако је фазни померај између напона и струје  $\varphi=45^\circ$ ?

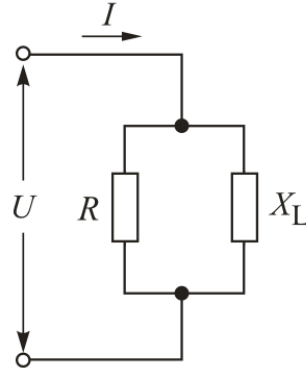
- а)  $Z=10\Omega$ ,  $I=4\sqrt{5}A$
- б)  $Z=(10/\sqrt{2})\Omega$ ,  $I=4\sqrt{2}A$
- в)  $Z=10\sqrt{2}\Omega$ ,  $I=4\sqrt{5}A$
- г)  $Z=10\sqrt{2}\Omega$ ,  $I=4A$

Број поена за одговор: 7

16. За коло наизменичне струје које се састоји од паралелне везе  $R$  и  $X_L$  одреди однос  $R/X_L$  при коме је однос активне и реактивне снаге  $P:Q=3:4$ .

- а)  $(R/X_L)=3/4$
- б)  $(R/X_L)=4/3$
- в)  $(R/X_L)=8/9$
- г)  $(R/X_L)=1$

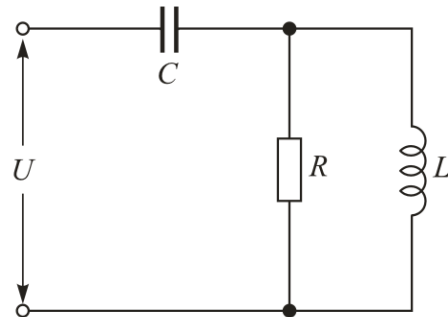
Број поена за одговор: 7



17. Ако је  $R=10\Omega$ ,  $L=10mH$  и  $\omega=10001/s$ , колико износи капацитет кондензатора  $C$  са слике да би коло било у резонанси?

- а)  $C=2mF$
- б)  $C=0,2mF$
- в)  $C=20mF$
- г)  $C=200mF$

Број поена за одговор: 7



18. Колики је однос  $\omega/\omega_r$  где је  $\omega_r$  резонантна учестаност а  $\omega$  учестаност када је струја  $\sqrt{5}$  пута мања од резонантне ?  $R=10\Omega$ ,  $L=2mH$ ,  $C=20\mu F$ .

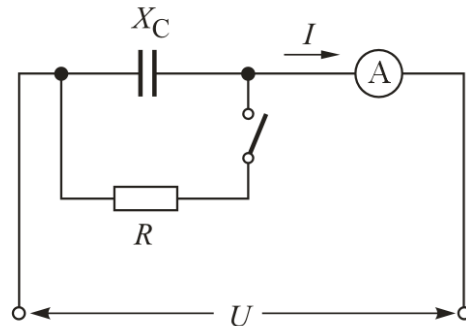
- а)  $\omega/\omega_r=0,4$
- б)  $\omega/\omega_r=2,4$
- в)  $\omega/\omega_r=0$
- г)  $\omega/\omega_r=1$

Број поена за одговор: 8

19. Колико ће износити струја кроз амперметар  $I_1$  после затварања прекидача ако је пре затварања струја износила  $I$ ? Напон је константан а  $R=X_C$ .

- a)  $I_1 = I/2$
- б)  $I_1 = 2I$
- в)  $I_1 = I$
- г)  $I_1 = \sqrt{2} I$

Број поена за одговор: 8

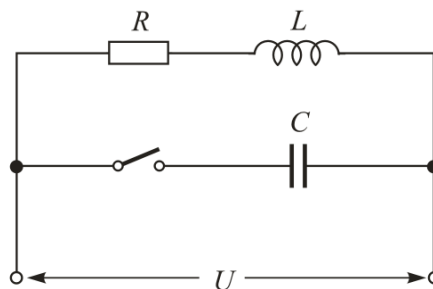


20. Коло на слици прикључено је на наизменичан напон ефективне вредности  $U=380V$ ,  $f=50Hz$ . При отвореном прекидачу  $I=24A$  а  $\cos\varphi_1 = \sqrt{3}/2$ . Одреди капацитет кондензатора  $C$  ако је после затварања прекидача  $\cos\varphi_2=1$ .

- a)  $C=100\mu F$
- б)  $C=50\mu F$
- в)  $C=75\mu F$
- г)  $C=150\mu F$

Број поена за одговор: 8

Укупан број поена: 100



**Шесто регионално такмичење**  
**Мај 2000.**

1. Кондензатор је прикључен на генератор наизменичне електромоторне силе променљиве фреквенције. Колики је однос ефективних вредности струја ( $I_1/I_2$ ) које протичу кроз кондензатор при  $f_1=10\text{kHz}$  и при  $f_2=1\text{kHz}$ ?

- а) 1
- б) 0,1
- в)  $\sqrt{2}$
- г) 100

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

2. Колики је однос максималних вредности струја ( $I_{1m}/I_{2m}$ ) за кондензатор из задатка 1, при  $f_1=10\text{kHz}$  и при  $f_2=1\text{kHz}$ ?

- а) 10
- б)  $10\sqrt{2}$
- в)  $\sqrt{2}$
- г)  $10/\sqrt{2}$
- д) 1

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Просто електрично коло садржи генератор наизменичне електромоторне силе  $e=E\sin(\omega t-\pi/4)$ . У ком тренутку после  $t=0$  ће електромоторна сила први пут постићи максималну вредност ако је  $f=50\text{Hz}$ ?

- а) 7,5ms
- б) 5ms
- в)  $2,5\pi$  ms
- г)  $5\pi$  ms
- д) 10 ms

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

4. Који елемент поред генератора садржи електрично коло у коме је  $u=U_m\sin(\omega t+2\pi/3)$  а  $i=I_m\sin(\omega t+\pi/6)$ ?

- а) отпорник и кондензатор;
- б) кондензатор;
- в) отпорник и калем;
- г) калем.

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

5. Који од наведених услова дефинишу резонанцију у простом колу наизменичне струје?

- а)  $R=X$

- б)  $X_L = X_C$   
 в)  $\omega C = 1/\omega L$   
 г)  $\text{tg}\theta = (X_L - X_C)/R$

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

6. Како гласи комплексни израз за струју  $i = 10/\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ)$ ?

- а)  $I = 10e^{-j120}$ ;  
 б)  $I = 7,07e^{-j120}$ ;  
 в)  $I = 10$ ;  
 г)  $I = 5e^{-j120}$ ;

Број поена за одговор: 5

7. За редно коло наизменичне струје је познато  $u = 220\sqrt{2} \sin \omega t$  и  $i = 30 \cos \omega t$ . Колико износе P, Q и S?

- |                                  |                                    |                                   |
|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| а) $P = 6600W$                   | а) $Q = -3300\sqrt{2} \text{ VAr}$ | а) $S = 3300\sqrt{2} \text{ VA}$  |
| б) $P = -3300\sqrt{2} \text{ W}$ | б) $Q = 3300 \text{ VAr}$          | б) $S = -3300\sqrt{2} \text{ VA}$ |
| в) $P = 0W$                      | в) $Q = 3300V\sqrt{2} \text{ Ar}$  | в) $S = 3300 \text{ VA}$          |

Број поена за одговор: 5

8. Адмитансе  $Y_1 = (9 - j3) \cdot 10^{-2}$  и  $Y_2 = (6 - j2) \cdot 10^{-2}$  прикључене су паралелно на напон ефективне вредности  $U = 100\sqrt{10} \text{ V}$ . Одредити  $R_1$  и ефективну вредност струје I?

- а)  $R_1 = 15\Omega$ ,  $I_1 = 30A$   
 б)  $R_1 = 20\Omega$ ,  $I_1 = 20A$   
 в)  $R_1 = 10\Omega$ ,  $I_1 = 15A$   
 г)  $R_1 = 5\Omega$ ,  $I_1 = 10A$

Број поена за одговор: 5

9. У редном RLC колу наизменичне струје познато је  $R = 10\Omega$ ,  $U_R = 1mV$ ,  $U_L = 4mV$ ,  $\omega = 10^6 s^{-1}$ . Колико износи индуктивност L?

- а)  $400\mu H$   
 б)  $40\mu H$   
 в)  $50\mu H$   
 г)  $500\mu H$

Број поена за одговор: 5

10. Реактанса пријемника је  $X = 100\Omega$  а суцептанса  $B = -1mS$ . Израчунај ефективну вредност импедансе тог пријемника?

- а)  $Z = 100\Omega$   
 б)  $Z = 400\Omega$   
 в)  $Z = 100\sqrt{10} \Omega$   
 г)  $Z = 400\sqrt{10} \Omega$

Број поена за одговор: 8

11. Редно RLC коло прикључено је на напон  $u=U_m \sin(\omega t+30^\circ)$ . Ако је  $I=14\text{A}$ ,  $X=R$ , како гласи аналитички израз за струју?

- а)  $i=14\sin(\omega t-15^\circ)$
- б)  $i=14\sqrt{2}\sin(\omega t+75^\circ)$
- в)  $i=14\sqrt{2}\sin(\omega t-15^\circ)$
- г)  $i=14\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)$

Број поена за одговор: 8

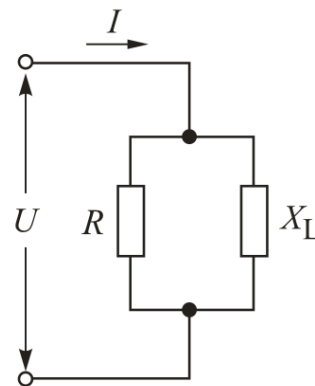
12. Редна веза калема и кондензатора прикључена је на  $u=141\sin\omega t$ . Ако је  $X_L=3X_C$ ,  $I=2\text{A}$  одредити ефективне вредности напона  $U_L$  и  $U_C$ ?

- а)  $U_C=50\text{V}$ ,  $U_L=50\text{V}$
- б)  $U_C=150\text{V}$ ,  $U_L=150\text{V}$
- в)  $U_C=100\text{V}$ ,  $U_L=75\text{V}$
- г)  $U_C=75\text{V}$ ,  $U_L=100\text{V}$

Број поена за одговор: 8

13. За коло наизменичне струје које се састоји од паралелне везе  $R$  и  $X_L$  одреди однос  $R/X_L$  при коме је однос активне и реактивне снаге  $P/Q=3/4$ .

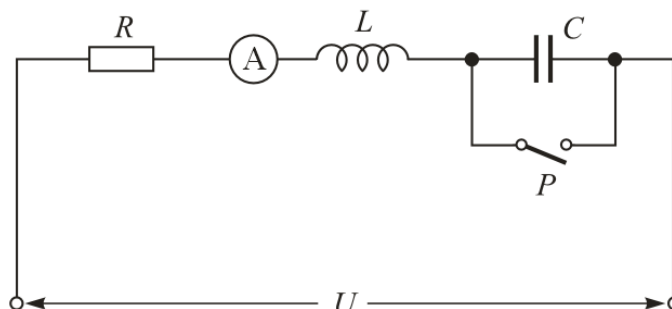
- а)  $R/X_L=3/4$
- б)  $R/X_L=4/3$
- в)  $R/X_L=8/9$
- г)  $R/X_L=1$



Број поена за одговор: 8

14. У колу наизменичне струје на слици код кога је  $R=8\Omega$ ,  $X_L=6\Omega$  показивање амперметра је исто и при отвореном и при затвореном прекидачу. Ако је  $R=8\Omega$ ,  $X_L=6\Omega$  колико износи капацитивна отпорност  $X_C$ ?

- а)  $X_C=12\Omega$
- б)  $X_C=10\Omega$
- в)  $X_C=0\Omega$
- г)  $X_C=6\Omega$



Број поена за одговор: 8

15. На наизменични напон  $u=20\sqrt{2}\sin(\omega t+50^\circ)$  прикључен је пријемник непознате импедансе  $Z$  и у њему

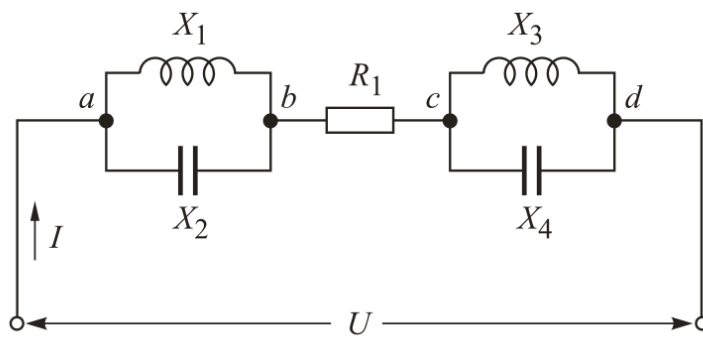
успостављена струја  $i=5\sqrt{2}\sin(\omega t-10^\circ)$ . Колико износи комплексна импеданса пријемника и какав је његов карактер?

- а)  $Z=2+j2\sqrt{3}$  индуктиван
- б)  $Z=2-j2\sqrt{3}$  капацитиван
- в)  $Z=2+j2\sqrt{3}$  капацитиван
- г)  $Z=2-j2\sqrt{3}$  индуктиван

Број поена за одговор: 10

18. У колу наизменичне струје на слици познати су следећи подаци:  $U=100\text{V}$ ,  $f=50\text{Hz}$ ,  $R_1=10\Omega$ ,  $X_1=20\Omega$ ,  $X_2=10\Omega$ ,  $X_3=10\Omega$ . Одредити капацитивну отпорност  $X_4$  тако да напон  $U$  и струја  $I$  буду у фази.

- а)  $X_4=10\Omega$
- б)  $X_4=10\sqrt{2}\Omega$
- в)  $X_C=20\Omega$
- г)  $X_C=20\sqrt{2}\Omega$



Број поена за одговор:  
10

Укупан број поена: 100

**Седмо регионално такмичење**  
**Мај 2001.**

1. Константна струја при којој би за време позитивне полупериоде кроз коло протекла иста количина електрицитета као и при посматраној синусној наизменичној струји назива се:
- а) Средња вредност наизменичне струје
  - б) Ефективна вредност наизменичне струје
  - в) Комплексна вредност наизменичне струје
  - г) Тренутна вредност наизменичне струје

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

2. Ради поправке сачиниоца снаге пријемника у коло се прикључује кондензатор за компензацију реактивне енергије. Како се он прикључује у односу на пријемник?
- а) Редно са пријемником
  - б) Паралелно са пријемником
  - в) Редно или паралелно са пријемником, зависно од врсте пријемника
  - г) Редно или паралелно са пријемником, зависно од капацитета кондензатора

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Заокружи тачне исказе:
- а) Смањењем фактора снаге асинхроног мотора његова струја расте
  - б) Повећањем фактора снаге асинхроног мотора његова струја расте
  - в) Смањењем фактора снаге асинхроног мотора активна компонента струје мотора расте
  - г) Повећањем фактора снаге асинхроног мотора реактивна компонента струје мотора опада

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

4. Амплитуда и почетна фаза простопериодичне величине дефинисане изразом  $X=141\sin(314t-60^\circ)$  су:
- а)  $X_m=100, \alpha=+60^\circ$
  - б)  $X_m=141, \alpha=+60^\circ$
  - в)  $X_m=100, \alpha=-60^\circ$
  - г)  $X_m=141, \alpha=-60^\circ$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

5. У колу наизменичне струје на крајевима индуктивног калема влада напон  $u=U_m\sin\omega t$ . Одреди израз за тренутну електромоторну силу самоиндукције у колу:
- а)  $e_1=-E_{1m}\sin(\omega t-\pi)$
  - б)  $e_1=E_{1m}\sin(\omega t-\pi)$
  - в)  $e_1=E_{1m}\sin(\omega t+\pi)$
  - г)  $e_1=E_{1m}\sin\omega t$

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

6. Напон на крајевима отпорности прикључене на наизменични напон је  $u=70\sqrt{2}\cos\omega t$ . Ако амперметар укључен у коло показује струју  $\sqrt{2}$  А, колико износи R?

- a)  $R=70\Omega$
- б)  $R=35\sqrt{2}\Omega$
- в)  $R=70\sqrt{2}\Omega$
- г)  $R=35\Omega$

Број поена за одговор: 5

7. Просто електрично коло садржи генератор електромоторне силе  $e=E\sin(\omega t-\pi/4)$ , док у колу тече струја  $i=I_m\sin(\omega t-3\pi/4)$ . У ком тренутку после  $t=0$  ће струја у колу постићи максималну вредност ако је  $f=50\text{Hz}$ ?

- a) 7,5ms
- б) 12,5ms
- в) 125ms
- г) 1,25ms

Број поена за одговор: 5

8. Ако је електромоторна сила из претходног задатка негативна и расте, како се мења струја?

- a) негативна и расте
- б) негативна и опада
- в) позитивна и расте
- г) позитивна и опада

Број поена за одговор: 5

9. У редном претежно индуктивно RLC колу познат је напон на крајевима редне везе  $U=50\text{V}$ , напон на отпорнику  $U_r=30\text{V}$  и напон на кондензатору  $U_c=20\text{V}$ . Колико износи напон на индуктивности  $U_l$ ?

- a)  $U_l=10\text{V}$
- б)  $U_l=50\text{V}$
- в)  $U_l=60\text{V}$
- г)  $U_l=80\text{V}$

Број поена за одговор: 5

10. Импеданса редне везе отпорности  $R=4\Omega$  и завојнице индуктивности L, при  $f=50\text{Hz}$ , износи  $Z=5\Omega$ . Колика ће бити импеданса те везе при  $f_1=200\text{Hz}$ ?

- a)  $Z_1=160\Omega$
- б)  $Z_1=4\sqrt{10}\Omega$
- в)  $Z_1=20\Omega$

г)  $Z_1=16\Omega$

Број поена за одговор: 8

11. На наизменични напон  $\underline{U}=20e^{j50^\circ}\text{V}$  прикључен је пријемник непознате импедансе и у њему успостављена струја  $i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t - 10^\circ)\text{A}$ . Колико износи комплексна импеданса  $\underline{Z}$  и какав је њен карактер?

- а)  $\underline{Z}=(2+j2\sqrt{3})\Omega$  капацитиван
- б)  $\underline{Z}=(2-j2\sqrt{3})\Omega$  индуктиван
- в)  $\underline{Z}=(2+j2\sqrt{3})\Omega$  индуктиван
- г)  $\underline{Z}=(2-j2\sqrt{3})\Omega$  капацитиван

Број поена за одговор: 8

12. На мрежу напона 220V, 50Hz прикључен је RL пријемник комплексне импедансе  $\underline{Z}=(4+j12)\Omega$ . Одреди капацитивну отпорност кондензатора  $X_c$  прикљученог паралелно пријемнику ради потпуне компензације реактивне снаге.

- а)  $X_c=4\Omega$
- б)  $X_c=12\Omega$
- в)  $X_c=40/3\Omega$
- г)  $X_c=16\Omega$

Број поена за одговор: 8

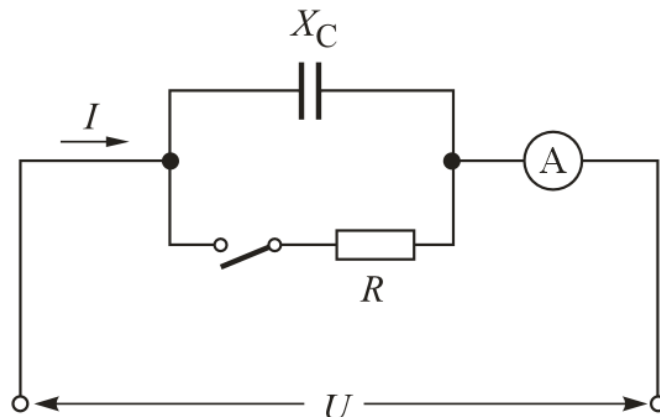
13. Импедансе  $\underline{Z}_1=(10+j20)\Omega$  и  $\underline{Z}_2=(10-j20)\Omega$  везане су паралелно на напон  $\underline{U}=100e^{j45^\circ}\text{V}$ . Колико износи P, Q, S ?

- а) P=0W, Q=400VAr, S=400VA
- б) P=400W, Q=0VAr, S=0VA
- в) P=400W, Q=0VAr, S=400VA
- г) P=400W, Q=400VAr, S=400 $\sqrt{2}$ VA

Број поена за одговор: 8

14. Коло са слике код кога је  $R=X_c$  прикључено је на наизменични напон ефективне вредности U. Ако је пре затварања прекидача амперметар показивао струју I, колико ће износити струја  $I_1$  после затварања прекидача?

- а)  $I_1= I/2$
- б)  $I_1= 2I$
- в)  $I_1= \sqrt{2} I$
- г)  $I_1= I$



Број поена за одговор: 8

15. На извор наизменичног напона  $U=200V$ ,  $50Hz$ , прикључен је калем индуктивности  $L=0,1H$ . Одреди максималну енергију која у једном тренутку може бити садржана у магнетном пољу калема?

- а)  $W_{max}=50\pi^2J$
- б)  $W_{max}=40/\pi^2J$
- в)  $W_{max}=0,4/\pi^2J$
- г)  $W_{max}=40\pi^2J$

*Број поена за одговор: 10*

16. Паралелно је везан кондензатор  $C=25\mu F$  са калемом индуктивности  $L=30mH$  и отпорности  $R=40\Omega$ , на комплексни напон  $\underline{U}=(100+j100)V$ . Учестаност је  $\omega=1000rad/s$ . Колико износи активна снага  $P$ ?

- а)  $P=420W$
- б)  $P=1000W$
- в)  $P=-260W$
- г)  $P=320W$

*Број поена за одговор: 10*

*Укупан број поена: 100*

**Осмо регионално такмичење**  
**Мај 2002.**

1. Ако се кондензатор прикључи на извор наизменичног напона, колико износи фазна разлика између напона и струје?

- а)  $\pi/2$
- б)  $-\pi/2$
- в) 0
- г)  $-\pi$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

2. Колика је тренутна вредност простопериодичне струје  $i(t)$  када се обртни вектор који је представља поклопи са негативним делом X осе?

- а)  $i(t)=I_m$
- б)  $i(t)=0$
- в)  $i(t)=-I_m$
- г)  $i(t)=\sqrt{2} I$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Заокружи тачан исказ:

- а) Смањењем фактора снаге асинхроног мотора његова струја опада
- б) Повећањем фактора снаге асинхроног мотора његова струја расте
- в) Смањењем фактора снаге асинхроног мотора реактивна компонента струје мотора опада
- г) Смањењем фактора снаге асинхроног мотора активна компонента струје мотора расте

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

4. Простопериодична величина дефинисана је изразом :  $X(t)=141\sin 314t$ . Колико износе амплитуда и фаза ове простопериодичне величине?

- а) амплитуда: 100; фаза: 314
- б) амплитуда: 141; фаза: 314t
- в) амплитуда:  $141\sqrt{2}$ ; фаза: 0
- г) амплитуда:  $100\sqrt{2}$ ; фаза:  $\sin 314t$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

5. Тренутна вредност наизменичне струје дата је изразом  $i(t)=10\sqrt{2}\sin(\omega t+45^\circ)$ .  
Заокружи тачно тврђење:

- а)  $I_m=10\sqrt{2}$
- б)  $I_m=10e^{j45^\circ}$
- в)  $I=10e^{j45^\circ}$
- г)  $I=10\sqrt{2}e^{j45^\circ}$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

6. Колико износи угаона учестаност а колико фреквенција простопериодичне наизменичне струје чији је период  $T=10^{-8}\text{s}$  ?

- а)  $\omega=6,28 \cdot 10^8 \text{1/s}$ ;  $\nu=100 \cdot 10^6 \text{Hz}$
- б)  $\omega=6,28 \cdot 10^8 \text{1/s}$ ;  $\nu=100 \cdot \text{MHz}$
- в)  $\omega=6,28 \text{ MHz}$ ;  $\nu=10^8 \text{Hz}$
- г)  $\omega=6,28 \cdot 10^8 \text{s}$ ;  $\nu=10^8 \text{ s}$

Број поена за одговор: 5

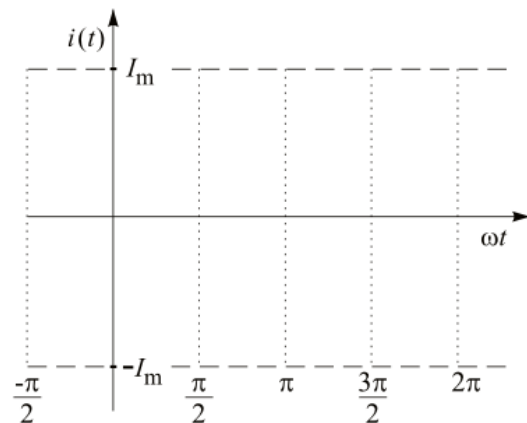
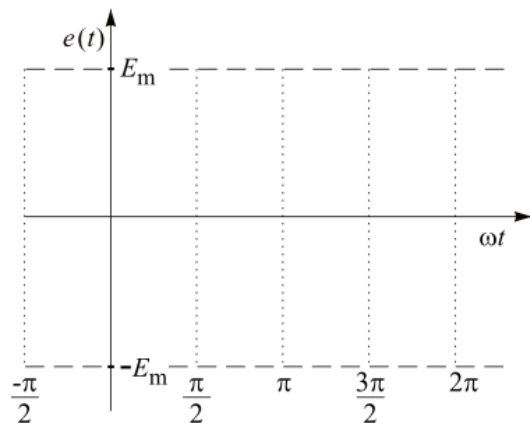
7. Редно LC коло има резонантну фреквенцију  $10\text{kHz}$ . Ако је  $C=250\mu\text{F}$  а максимална струја у колу  $I_m=5\text{mA}$ , колико износи укупна енергија овог кола?

- а)  $W=5\mu\text{J}$
- б)  $W=125/\pi^2\text{pJ}$
- в)  $W=50\mu\text{J}$
- г)  $W=10/\pi^2\text{pJ}$

Број поена за одговор: 5

8. Просто електрично коло садржи генератор електромоторне силе  $e(t)=E_m\sin(\omega t-\pi/4)$ , док у колу тече струја  $i(t)=I_m\sin(\omega t-3\pi/4)$ . Ако је електромоторна сила позитивна и опада, како се мења струја? Скицирај  $e(t)$  и  $i(t)$  у функцији времена и заокружи тачно тврђење:

- а) позитивна и опада
- б) позитивна и расте
- в) негативна и опада
- г) негативна и расте



Број поена за одговор: 5

9. Које елементе садржи редно коло наизменичне струје прикључено на напон  $u(t)=U_m\sin(\omega t+\pi/6)$ , у коме тече струја  $i(t)=I_m\sin(\omega t+\pi/2)$ ?

- а) калем и кондензатор
- б) калем и отпорник
- в) два кондензатора
- г) отпорник и кондензатор

Број поена за одговор: 5

10. У редном RL колу прикљученом на напон  $U$  важи да је  $U_L = \sqrt{3} U_R$ . Колико износе фактор снаге и напон на крајевима редне везе?

- а)  $\sqrt{3}/2$ ;  $U=2U_L$
- б)  $\sqrt{3}$ ;  $U=2U_R$
- в)  $60^\circ$ ;  $U=U_R$
- г)  $1/2$ ;  $U=U_R$

Број поена за одговор: 8

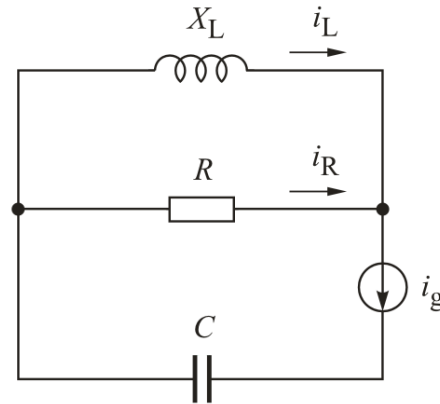
11. Два идеална калема везана су паралелно и прикључена на наизменични напон ефективне вредности  $U$ , а затим су везана редно и прикључена на наизменични напон ефективне вредности  $U/2$ . Колико износи однос реактивних снага паралелне ( $Q_1$ ) и редне ( $Q_2$ ) везе ових калема?

- а)  $Q_1/Q_2=1$
- б)  $Q_1/Q_2=4$
- в)  $Q_1/Q_2=8$
- г)  $Q_1/Q_2=16$

Број поена за одговор: 8

12. У колу простопериодичне струје на слици познато је:  $R=100\sqrt{3}\ \Omega$ ,  $X_L=300\ \Omega$ ,  $i_R(t)=20\sqrt{2}\cos(\omega t+60^\circ)\text{mA}$ . Нацртати фазорски дијаграм струја. Колико износи почетна фаза струје струјног генератора?

- а)  $\psi_{I_g}=60^\circ$
- б)  $\psi_{I_g}=90^\circ$
- в)  $\psi_{I_g}=30^\circ$
- г)  $\psi_{I_g}=-30^\circ$



Број поена за одговор: 8

13. Пријемници  $Z_1=(1-j1)\text{k}\ \Omega$  и  $Y_2=(0,1-j0,3)\text{mS}$ , везани су паралелно. Колико износи комплексна адмитанса паралелне везе?

- а)  $Y_e=(0,9-j1,3)\text{mS}$
- б)  $Y_e=(1,1-j1,3)\text{mS}$
- в)  $Y_e=(0,6+j0,2)\text{mS}$
- г)  $Y_e=j1,3\text{mS}$

Број поена за одговор: 8

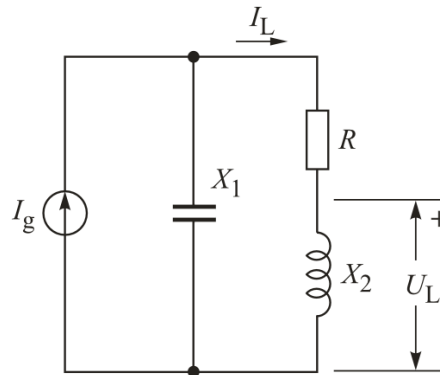
14. У једном тренутку у LC колу три четвртине укупне енергије кола налази се у магнетном пољу калема. Ако је у случају резонанције струја калема  $I$ , колико износи струја  $I_1$  у посматраном тренутку?

- а)  $I_1 = \frac{3}{4} I$
- б)  $I_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} I$
- в)  $I_1 = \sqrt{3} I$
- г)  $I_1 = \frac{1}{4} I$

Број поена за одговор: 8

15. У колу простопериодичне струје на слици познато је  $I_g = 2\text{mA}$ ,  $R = 200\Omega$ ,  $X_2 = 100\Omega$ . Напон калема је у фази са струјом генератора. Колико износи реактанса  $X_1$ ?

- а)  $X_1 = 100\Omega$
- б)  $X_1 = -100\Omega$
- в)  $X_1 = 300\Omega$
- г)  $X_1 = -300\Omega$



Број поена за одговор: 10

16. Реални калем  $X_1 = 20\Omega$ ,  $R_1 = 10\Omega$  везан је паралелно са реалним кондензатором  $X_2 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 20\Omega$ . Ова паралелна веза прикључена је на напон  $u(t) = 100\sqrt{2} \cos(\omega t + 90^\circ)\text{V}$ . Колико износи реактивна снага ове паралелне везе?

- а)  $Q = 200\text{VAr}$
- б)  $Q = -200\text{VAr}$
- в)  $Q = 0\text{VAr}$
- г)  $Q = 660\text{VAr}$

Број поена за одговор: 10

Укупан број поена: 100

**Девето регионално такмичење**  
**Мај 2003.**

1. Два идеална калема вежу се најпре редно, а затим паралелно и прикључе на исти простопериодичан напон. Какав је однос реактивних снага у првом и другом случају?

- а)  $Q_1 = Q_2$
- б)  $Q_1 > Q_2$
- в)  $Q_1 < Q_2$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

2. Редно RLC коло прикључено је на генератор наизменичног напона подешен на резонантну фреквенцију. Ако се смањи кружна учестаност генератора, каквог карактера ће бити коло?

- а) претежно капацитивно
- б) претежно индуктивно
- в) активна отпорност

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Простопериодична величина дефинисана је изразом:  $X(t) = 110\sin(314t - 10^\circ)$ . Колико износе амплитуда и фаза ове простопериодичне величине?

- а) амплитуда: 100, Фаза: 314
- б) амплитуда: 110, Фаза: 314t
- в) амплитуда:  $100\sqrt{2}$ , Фаза:  $-10^\circ$
- г) амплитуда:  $\frac{100}{\sqrt{2}}$ , Фаза:  $314t - 10^\circ$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

4. Генератор наизменичне електромоторне силе променљиве фреквенције прикључен је редно на RLC коло и подешен на фреквенцију мању од резонантне. Ако фреквенција генератора расте, како се мења ефективна вредност струје у колу?

- а) расте
- б) опада
- в) не мења се

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

5. Калем индуктивности L је прикључен на генератор променљиве фреквенције. Колики је однос ефективне вредности струја у колу  $I_1/I_2$  при фреквенцијама  $f_1 = 100\text{Hz}$ ,  $f_2 = 500\text{Hz}$ .

- а) 1
- б) 1/5
- в) 5
- г) 50

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

6. Колика је вредност једносмерне струје која ствара исти топлотни ефекат као наизменична струја максималне вредности од 1А?

- а) 1А
- б)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  А
- в)  $\sqrt{2}$  А
- г) 0А

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

7. Шта поред генератора садржи електрично коло наизменичне струје у коме је  $u(t)=U_m \sin(\omega t + \pi/6)$  и у коме тече струја  $i(t)=I_m \sin(\omega t - \pi/6)$ ?

- а) калем и отпорник
- б) калем
- в) кондензатор
- г) отпорник и кондензатор

*Број поена за одговор: 5*

8. Редно RLC коло прикључено је на напон  $u(t)=U_m \sin(\omega t + \pi/6)$ . Ако је  $I=5$ А, активна отпорност је  $\sqrt{3}$  пута већа од реактивне отпорности,  $R=\sqrt{3} X$ . Како гласи израз за тренутну вредност струје у колу?

- а)  $i(t)=5\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ)$
- б)  $i(t)=5\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ)$
- в)  $i(t)=5\sqrt{2} \sin \omega t$
- г)  $i(t)=5\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)$

*Број поена за одговор: 5*

9. Просто електрично коло садржи генератор електромоторне силе  $e(t)=E_m \sin(\omega t - 45^\circ)$ , док у колу тече струја  $i(t)=I_m \sin(\omega t - 135^\circ)$ . Ако је електромоторна сила позитивна и опада, како се мења струја? Скицирај  $e(t)$  и  $i(t)$  у функцији времена и заокружи тачно тврђење.

- а) позитивна и опада
- б) позитивна и расте
- в) негативна и опада
- г) негативна и расте

*Број поена за одговор: 5*

10. Тренутна вредност наизменичног напона фреквенције 50Hz дата је изразом  $u(t)=U_m \sin \omega t$ . Одредити први тренутак после  $t=0$  када је максимална вредност напона  $\sqrt{2}$  пута већа од тренутне вредности.

*Број поена за одговор: 5*

11. Електромоторна сила генератора мења се по закону  $e(t)=100\sin 2\pi t$  V. Колико износе њена тренутна и ефективна вредност после  $t=\frac{1}{120}$  s.

Број поена за одговор: 5

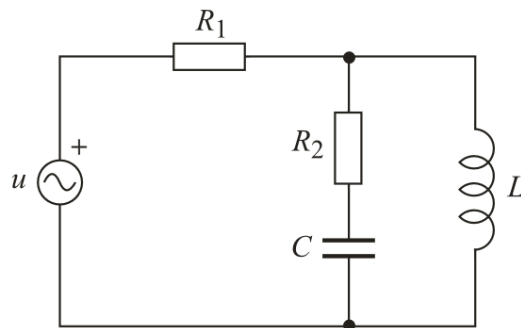
12. Отпорник и идеални калем везани су на ред и прикључени на простопериодични напон  $U=100$  V. Ако је реактивна отпорност калема три пута мања од активне отпорности, одреди ефективне вредности напона на калему ( $U_L$ ) и отпорнику ( $U_R$ ).

Број поена за одговор: 8

13. Два пријемника везана су на ред и прикључена на простопериодични напон  $U=220$  V. Реактивна проводност целог кола је  $B_e=0,01$  S, а реактивна снага првог пријемника  $Q_1=200$  Var. Колико износи реактивна снага другог пријемника  $Q_2$ ?

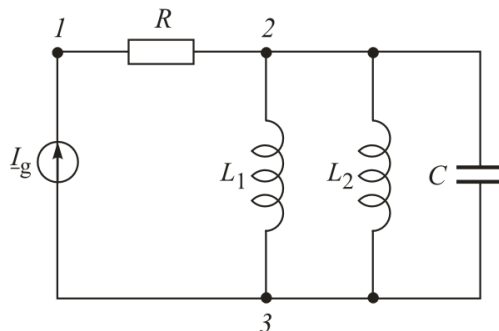
Број поена за одговор: 8

14. За коло на слици познато је  $u(t)=24\sqrt{2}\sin(2000t-45^\circ)$  V,  $R_1=R_2=X_C=2\Omega$ . Одреди индуктивност идеалног калема ако је коло у резонанци.



Број поена за одговор: 10

15. За коло на слици познато је:  $L_1=1\mu$  H,  $L_2=2\mu$  H,  $C=5$  nF,  $R=10\Omega$ ,  $\omega=10^7$  rad/s,  $I_g=(1-j1)$  A. Израчунај комплексну привидну снагу идеалног струјног генератора.



Број поена за одговор: 10

16. Променљиви отпорник и идеални калем везани су на ред у коло наизменичне струје кружне учестаности  $\omega$ . Напон фазно предњачи у односу на струју за  $60^\circ$ . Ако се отпорност повећа за  $\Delta R$ , за колико се мора променити индуктивност  $\Delta L$ , да би фазна разлика остала непромењена?

Број поена за одговор: 15

Укупан број поена: 100

**Десето регионално такмичење**  
**Мај 2004.**

1. Колика је тренутна вредност простопериодичне струје када се обртни вектор којим је представљена поклопи са позитивним делом X осе?

- а)  $I$
- б)  $-I_m$
- в)  $-I$
- г)  $0$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

2. Дати су изрази за тренутне вредности два простопериодична напона  $u_1(t)=U_m \cos(\omega t + \pi/6)$ ,  $u_2(t)=U_m \sin(\omega t + \pi/6)$ . Какав је њихов међусобни фазни став?

- а) они су у противфази
- б) они су у фази
- в)  $u_2$  касни за  $\pi/2$
- г)  $u_1$  касни за  $\pi/2$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Индуктивни калем прикључен је на идеални напонски генератор простопериодичног напона. Ако је тренутна снага калема негативна, калем:

- а) прима енергију од генератора
- б) враћа енергију генератору
- в) прима или враћа енергију генератору у зависности од индуктивности

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

4. Који од израза за ефективну, максималну и средњу вредност синусне простопериодичне струје нису тачни?

- а)  $I = I_m \sqrt{2}$
- б)  $I_{sr} = 2I_m/\pi$
- в)  $I > I_{sr}$
- г)  $I_m = \frac{I}{\sqrt{2}}$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

5. Ако је редно RLC коло у резонанси при 50Hz, каквог је карактера при 60Hz?

- а) претежно капацитивно
- б) претежно индуктивно
- в) активна отпорност

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

6. Који израз за напон на крајевима редног RLC кола има тачан тригонометријски облик уколико је струја у колу  $i(t)=I_m \sin \omega t$ , а напон  $u(t)=U_m \sin(\omega t+\varphi)$ ?

a)  $u=U_m \sin(\omega t+\varphi)=RI_m \sin \omega t+\omega LI_m \cos \omega t-\frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t$

б)  $u=U_m \sin(\omega t+\varphi)=RI_m \sin \omega t+\omega LI_m \sin \omega t-\frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t$

в)  $u=U_m \sin(\omega t+\varphi)=RI_m \sin \omega t-\omega LI_m \cos \omega t-\frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t$

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

7. Како гласи комплексни израз за  $e(t)=-\frac{220}{\sqrt{2}} \cos(\omega t-60^\circ)$ . Доказати.

a)  $\underline{E}=220e^{-j150^\circ} \text{V}$

б)  $\underline{E}=110e^{j60^\circ} \text{V}$

в)  $\underline{E}=-220 \text{V}$

г)  $\underline{E}=110e^{-j150^\circ} \text{V}$

Број поена за одговор: 6

8. Тренутна вредност наизменичног напона дата је изразом  $U(t)=U_m \sin \omega t$ . Одредити први тренутак после  $t=0$  када је тренутна вредност напона  $\sqrt{2}$  пута мања од максималне.  $f=25 \text{Hz}$ .

a)  $t=5 \text{s}$

б)  $t=5 \text{ms}$

в)  $t=\frac{\pi}{4} \text{ms}$

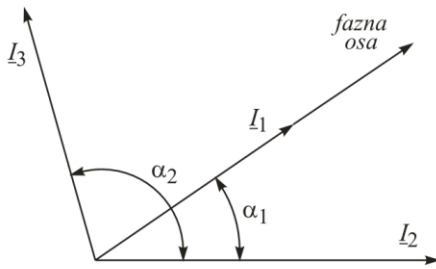
г)  $t=-\frac{\pi}{4} \text{ms}$

Број поена за одговор: 6

9. Шта представљају границе пропусног опсега резонантног кола?

Број поена за одговор: 6

10. Написати изразе за тренутне вредности струја на основу фазорског дијаграма приказаног на слици. Струје се мењају по синусном закону учестаности  $\omega$ .



Број поена за одговор: 6

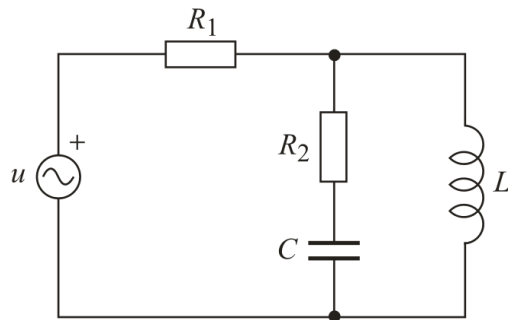
11. Две адмитансе аргумената  $\varphi_1 = -\varphi_2 = \pi/4$  везане су редно и имају привидне снаге  $S_1 = 6\sqrt{2}$  VA,  $S_2 = 3\sqrt{2}$  VA. Колико износи укупна привидна снага редне везе?

Број поена за одговор: 6

12. Полазећи од Томпсоновог обрасца извести израз за период слободних осцилација простог осцилаторног кола.

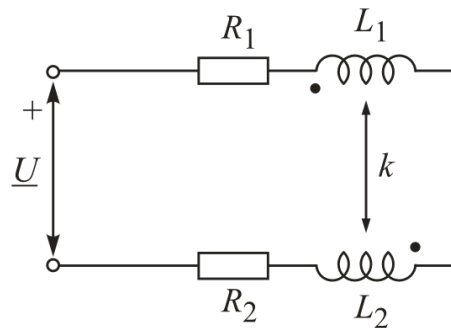
Број поена за одговор: 6

13. У колу на слици које је у резонанси, одреди вредност индуктивности L.  
 $u(t) = 24\sqrt{2} \sin(2000t - 45^\circ)$ ,  $R_1 = R_2 = 2\Omega$ ,  
 $X_C = 2\Omega$ .

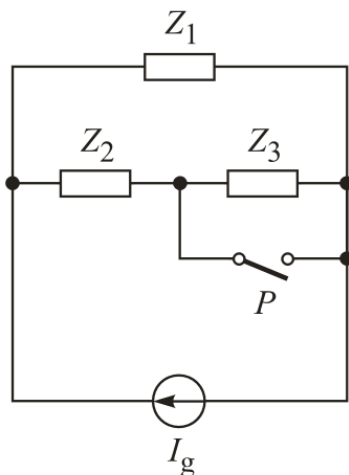


Број поена за одговор: 8

14. Израчунати комплексну улазну импедансу кола са слике ако је познато:  $\underline{U} = 10V$ ,  
 $\omega = 2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ ,  $R_1 = 15\Omega$ ,  $L_1 = 5\text{mH}$ ,  $R_2 = 25\Omega$ ,  
 $L_2 = 7\text{mH}$ ,  $k = 0,676$ .



Број поена за одговор: 8



15. За коло на слици одреди струју кроз  $Z_2$  када се затвори прекидач P, ако је струја кроз  $Z_1$  при отвореном прекидачу  $I_{10} = j10A$ ,  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = (10 + j10)\Omega$ .

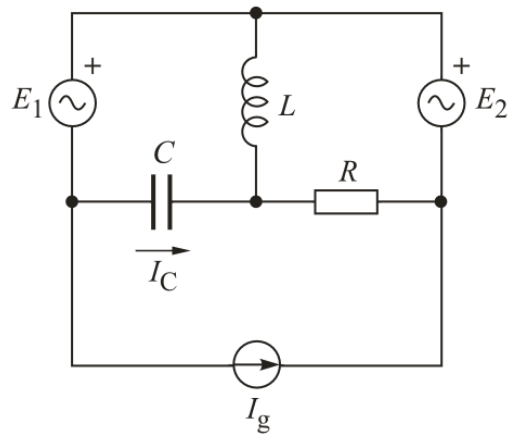
Број поена за одговор: 10

16. За електрично коло на слици одреди ефективну вредност струје кондензатора.

$$R=2\Omega, \quad X_L=2\Omega, \quad X_C=1\Omega, \quad I_g=1A, \\ \underline{E}_1=(-2-j2)V, \quad \underline{E}_2=(-6+j2)V$$

Број поена за одговор: 14

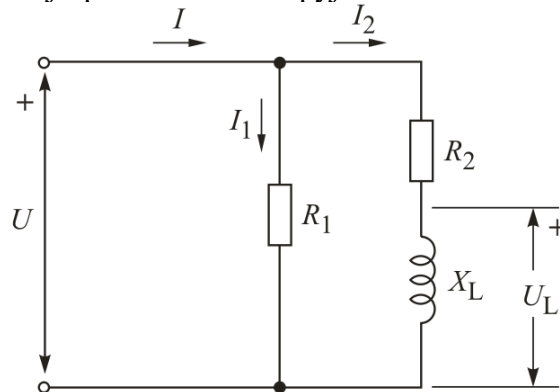
Укупан број поена: 100



ЗАДАЦИ И  
ТЕСТОВИ ЗНАЊА  
СА  
**РЕПУБЛИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА**

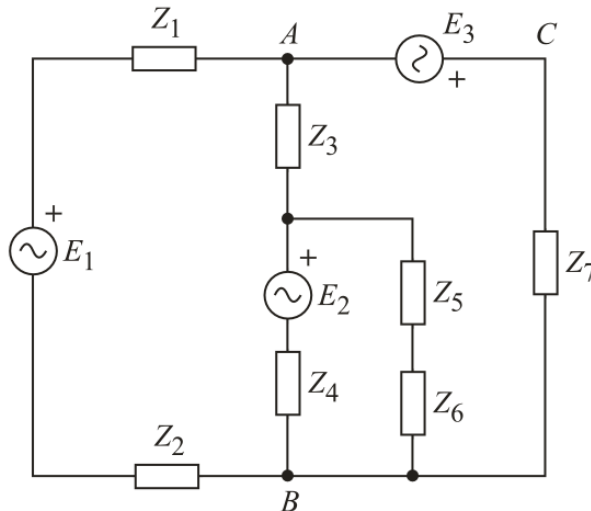
**Прво републичко такмичење**  
**Јун 1994.**

5. За коло на слици дати су следећи подаци:  $R_1=10\Omega$ ,  $X_L=5\Omega$ ,  $U_L=10V$ . Напон  $U_L$  фазно предњачи напону  $U$  за  $\varphi=45^\circ$ . Одредити:  
 а) ефективне вредности струја и напона:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$ ,  $U_{R_2}$ ,  $U$   
 б) нацртати фазорски дијаграм напона и струја.



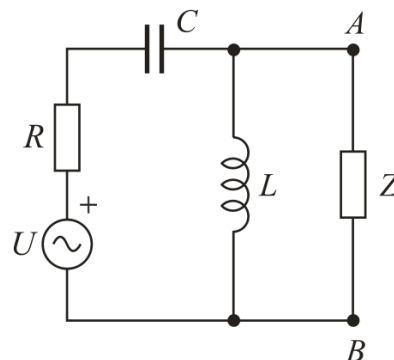
Број поена за одговор: 20

6. За коло на слици наћи напон  $U_{CB}$ . Познати су следећи подаци:  
 $\underline{E}_1=20V$ ,  $\underline{E}_2=(6+j0,2)V$ ,  $\underline{E}_3=(2+j2)V$ ,  $\underline{Z}_1=(12+j2)\Omega$ ,  $\underline{Z}_2=(8+j10)\Omega$ ,  $\underline{Z}_3=(10-j12)\Omega$ ,  
 $\underline{Z}_4=(6+j6)\Omega$ ,  $\underline{Z}_5=-j30\Omega$ ,  $\underline{Z}_6=j30\Omega$ ,  $\underline{Z}_7=12\Omega$ .



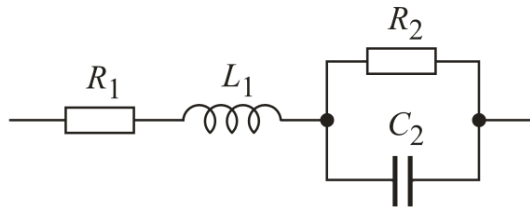
Број поена за одговор: 20

7. У колу на слици одредити струју кроз импедансу  $Z$  применом Тевененове теореме. Дати су следећи подаци:  $\underline{Z}=j100\Omega$ ,  $R=50\Omega$ , је  $u=100\sqrt{2} \sin(10^5t+\pi/4)V$ ,  $C=0,2\mu F$ ,  $L=1mH$ .



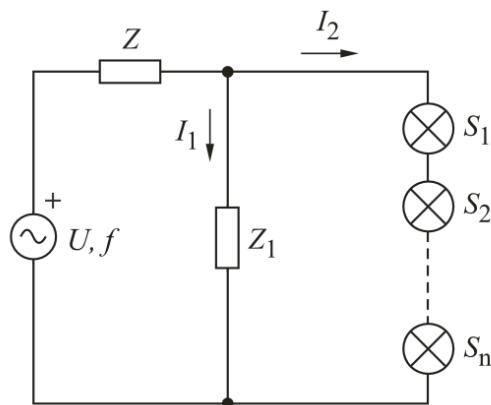
Број поена за одговор: 20

4. У колу простопериодичне струје на слици одредити:
- учестаност фазне резонанције;
  - струју у грани са калемом при фазној резонанцији.



Број поена за одговор: 20

5. Редна веза сијалица истих снага  $P_S=100\text{W}$  при истом напону  $U_S=100\text{V}$  прикључена је преко кола на слици на напон од  $100\text{V}$ , фреквенције  $f=50\text{Hz}$ . Број сијалица које су редно везане не утиче на струју  $I_2$ .
- Какви елементи треба да буду  $Z$  и  $Z_1$  тако да струја кроз сијалице не зависи од броја сијалица?
  - Израчунати елементе  $Z$  и  $Z_1$  тако да све сијалице раде у нормалном режиму рада ( $U_S=100\text{V}$  и  $P_S=100\text{W}$ ).

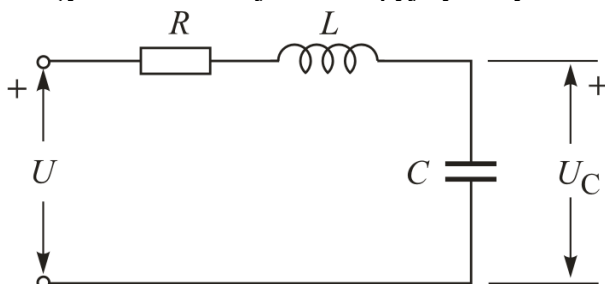


Број поена за одговор: 20

Укупан број поена: 100

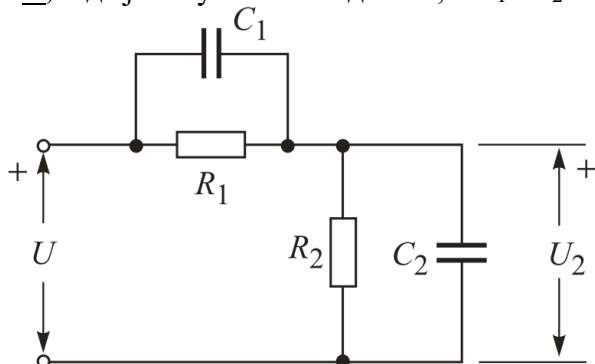
**Друго републичко такмичење**  
**Април 1995.**

1. При фазној (напонској) резонанци у колу на слици, измерени су напони  $U=1V$  и  $U_C=50V$ . Израчунати фактор доброте калема и струју у колу, ако је карактеристична импеданса  $Z_C=2,5k\Omega$  за  $L, C$  ћелију. Ако се при истој фреквенцији улазног напона капацитет кондензатора повећа за 60%, за колико ће се променити фазни померај између напона напајања и струје у колу?



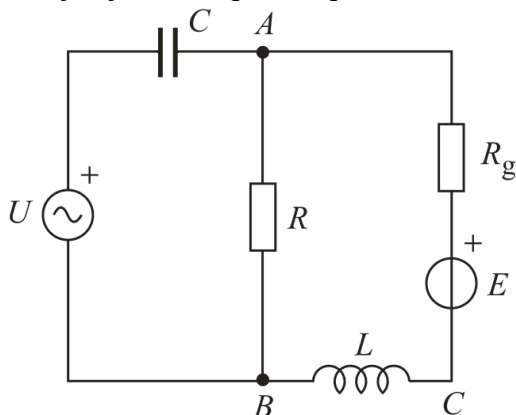
Број поена за одговор: 20

2. Одредити параметре датог кола  $R_1$ ,  $R_2$  и  $C_1$ , ако је познато да је напон  $U_2$  у фази са напонем напајања  $U$ , и да је 5 пута мањи од њега, а  $R_1+R_2=1M\Omega$  и  $C_2=10pF$ .



Број поена за одговор: 20

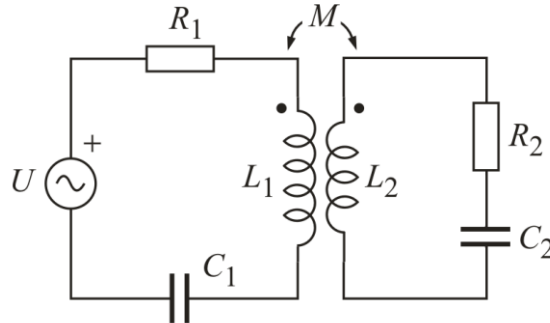
3. У колу на слици поред генератора простопериодичног напона  $u = 10\sqrt{2} \sin 10^4 t V$  укључена је и једносмерна батерија чија је електромоторна сила  $E=6V$ , а унутрашња отпорност  $R_g=0,1k\Omega$ . Остали параметри кола су  $C=800nF$ ,  $R=0,5k\Omega$  и  $L=20mH$ . Написати изразе за  $u_{AB}(t)$  и  $u_{BC}(t)$  и израчунати вредности тих напона у тренутку  $t=0$ . (Задатак решавати методом суперпозиције.)



Број поена за одговор: 20

4. На слици су дата два индуктивно спрегнута кола. Познати су параметри:  $X_{L1}=13,5\Omega$ ,  $X_{L2}=15\Omega$ ,  $X_{L12}=\omega M=5\Omega$ ,  $R_1=8,5\Omega$ ,  $R_2=5\Omega$ ,  $X_{C2}=10\Omega$ , и комплексна привидна снага генератора  $\underline{S}=2200VA$ . Одредити:

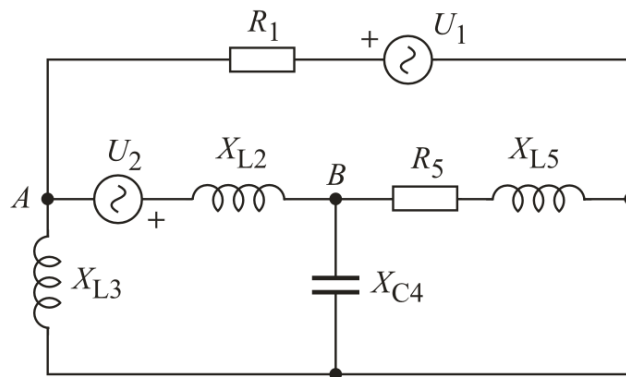
- a)  $X_{C1}$ ;  
b)  $\underline{U}$ ;



Број поена за одговор: 20

5. У сложеном колу на слици познато је:  $\underline{U}_1=25V$ ,  $\underline{U}_2=j4V$ ,  $X_{L2}=8\Omega$ ,  $X_{L3}=4\Omega$ ,  $X_{C4}=4,44\Omega$ ,  $X_{L5}=4,44\Omega$ ,  $R_1=3\Omega$ ,  $R_5=6,4\Omega$ . Одредити:

- a) струју  $\underline{I}$  у грани АВ;  
б) активну снагу коју развија други генератор (задатак решавати помоћу Тевененове теореме).

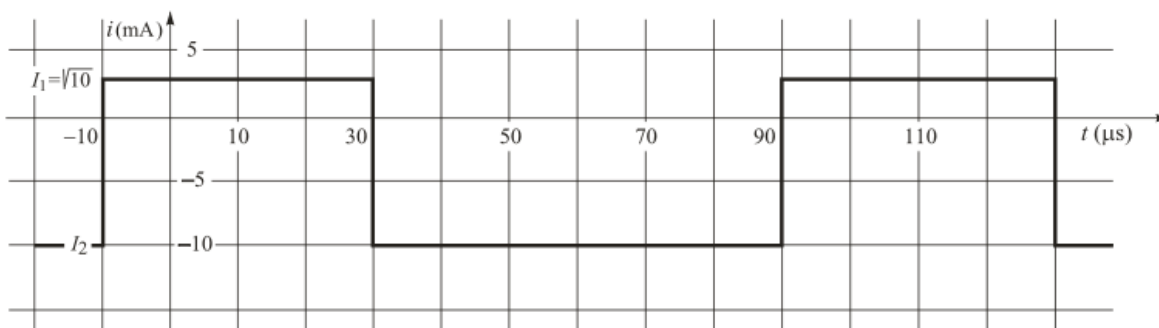
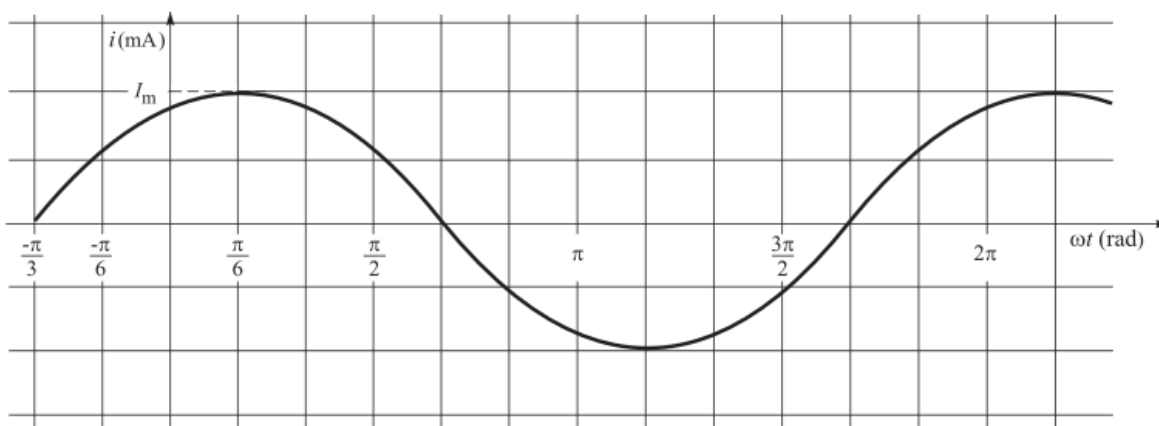
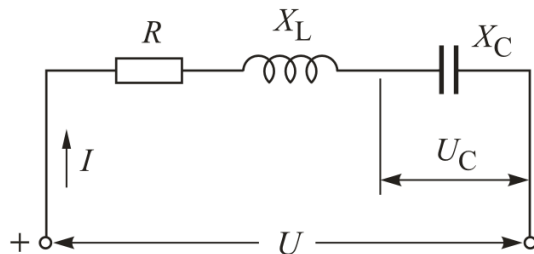


Број поена за одговор: 20

Укупан број поена: 100

**Треће републичко такмичење**  
**Април 1996.**

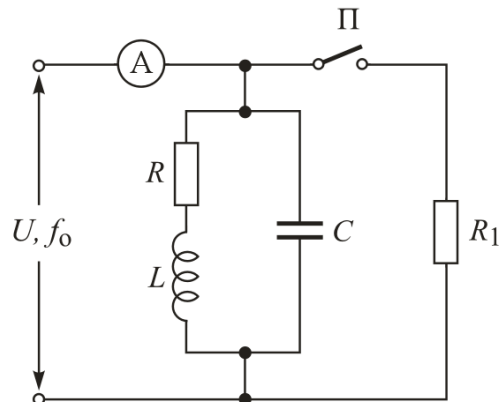
1. На крајевима редно везаних отпорника, калема и кондензатора (као на слици) прикључен је простопериодичан напон ефективне вредности  $U=8V$ . Временски дијаграм струје  $i$  ове везе дат је на слици 2. Ова струја има исту ефективну вредност и фреквенцију као и периодично променљива наизменична струја на слици. Струја  $I$  предњачи напону  $U$  за  $\pi/6$ . Ако је  $L=7,96\text{ mH}$ , одредити ефективну вредност напона на кондензатору, његову почетну фазу и написати израз за  $u_C(t)$ ?



Број поена за одговор: 20

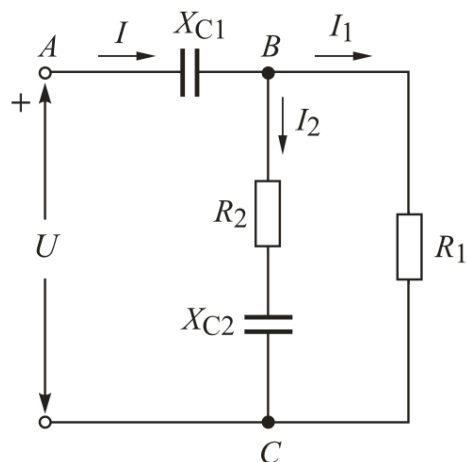
2. Паралелно осцилаторно коло има резонантну учестаност  $f_0=100\text{kHz}$ , фактор добротe калема  $Q=80$  и  $C=400\text{pF}$ .
- а) За колико ће да се промени струја у амперметру при затварању прекидача П? ( $R_1=100\text{k}\Omega$ ,  $U=10V$ )

- б) Колико пута се повећао пропусни опсег осцилаторног кола по затварању прекидача П?  
Инструмент је идеалан.



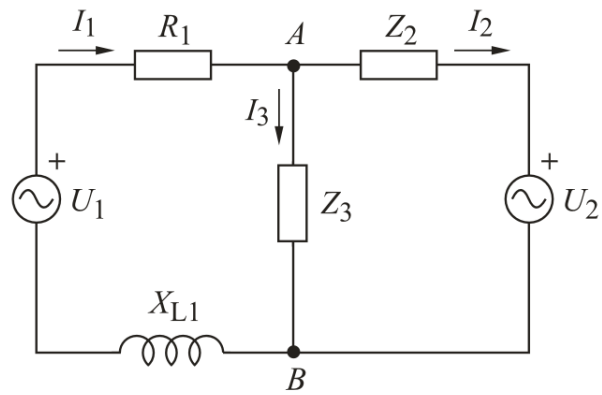
Број поена за одговор: 20

3. Одредити  $R_1$  тако да струја  $I_2$  предњачи напону  $\underline{U}$  за  $\pi/2$ . Нацртати фазорски дијаграм струја и напона, ако је  $\underline{U}_{BC} = U_{BC} = 0V$ . Параметри кола су:  $R_2 = 400\Omega$ ,  $X_{C2} = 1k\Omega$ ,  $X_{C1} = 400\Omega$ .



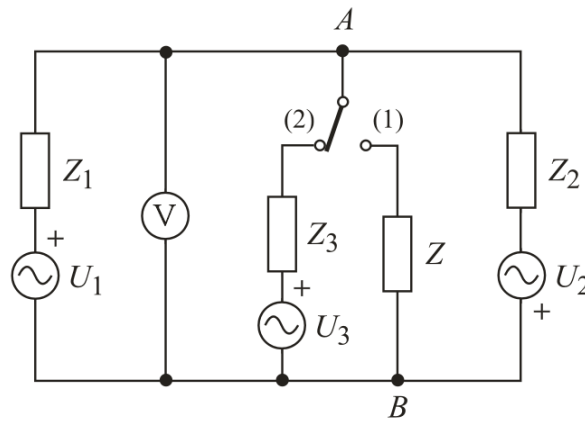
Број поена за одговор: 20

4. У сложеном колу простопериодичне струје познато је  $R_1 = 7\Omega$ ,  $\underline{U}_{AB} = (30 - j15)V$ ,  $\underline{S}_{Z3} = (225 - j225)VA$ ,  $\underline{Z}_2 = (2 + j5)$  и  $\underline{U}_2 = (40 + j10)V$ . Израчунати:  
а)  $\underline{U}_1 = ?$  и  $X_{L1} = ?$  тако да је снага првог генератора само активна  
б)  $\underline{S}_{U2} = ?$  комплексну снагу другог генератора.



Број поена за одговор: 20

5. За коло на слици познато је  $\underline{U}_1 = \underline{U}_2$ ,  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = 2\underline{Z}_3 = \underline{Z}$ ,  $\underline{U}_3 = (10 + j10)\text{V}$ . Одредити колики напон мери волтметар кад је прекидач у положају (1), а колики када је у положају (2). Инструмент је идеалан.



Број поена за одговор: 20

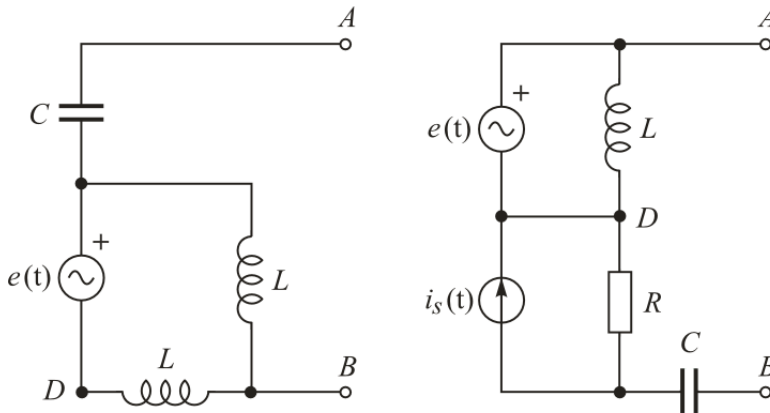
Укупан број поена: 100

**Четврто републичко такмичење**  
**Јун 1997.**

1. Наћи  $\underline{E}_T$  и  $\underline{Z}_T$  (Тевененов генератор) у односу на прикључке:

- а) А и В
- б) В и D
- в) А и D

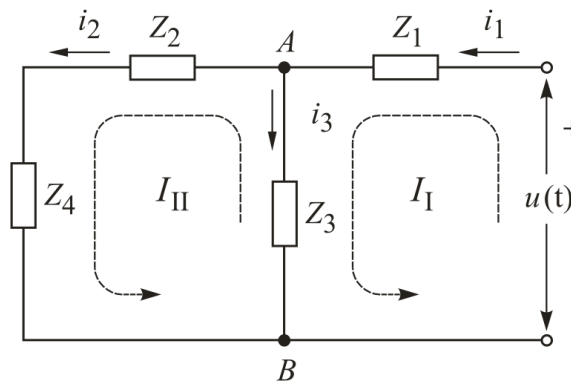
електричних кола са следеће две слике. Познато је:  $\underline{E}$ ,  $\underline{I}_s$ , R, L, C,  $\omega$ .



Број поена за одговор: 20

2. Познато је (слика2):  $\underline{I}_1=(6-j8)\text{A}$ ,  $\underline{I}_2=(11+j2)\text{A}$ ,  $\underline{Z}_1=(10+j27,5)\Omega$ ,  $\underline{Z}_3=(6+j12)\Omega$ ,  $\underline{Z}_4=(2-j9)\Omega$ . Одредити:

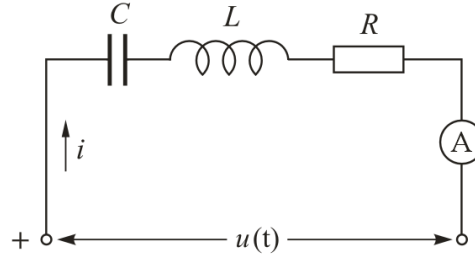
- а)  $\underline{Z}_2$
- б)  $u(t)$
- в) карактер кола.



Број поена за одговор: 20

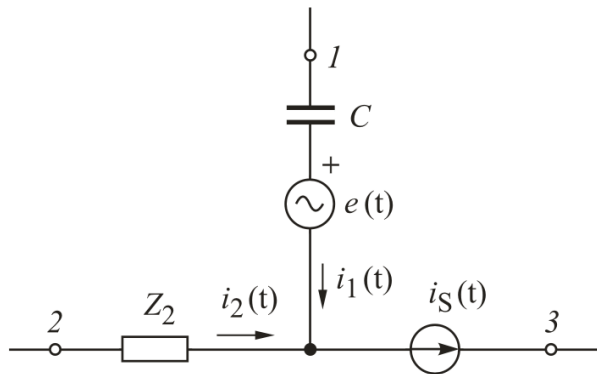
3. Напон на крајевима кола је константне ефективне вредности U и променљиве фреквенције f (слика3). Амперметар ( $R_A=0\Omega$ ) је показао исту вредност струје на фреквенцијама  $f_1=580\text{kHz}$  и  $f_2=612\text{kHz}$ , и то 0,707 од максималне јачине струје у колу.  $R=30\Omega$ .

- а) Одредити  $L$  и  $C$ ;  
 б) Да ли фреквенције које се за 1% разликују од резонантне ( $f_0$ ) припадају пропусном опсегу кола? На овим фреквенцијама одредити карактер кола.  
 в) Одредити на  $f = f_0$  ефективне вредности напона на појединим елементима кола, ако је  $U = 10V$ .  
 г) Нацртати резонантне криве за ефективне вредности напона на свим елементима.



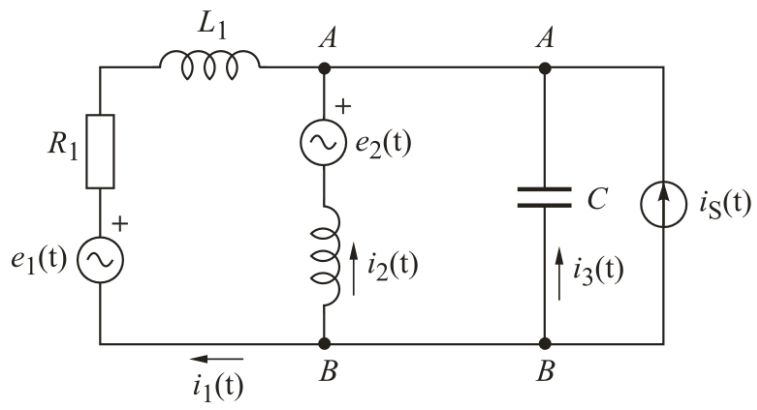
Број поена за одговор: 20

4. За коло са слике познате су ефективне вредности:  $E = 10V$ ,  $I_S = 2\sqrt{3} A$ ,  $I_2 = 2A$ . Модуло импедансе кондензатора је  $Z_C = 5\Omega$ . Струја  $I_S$  фазно предњачи електромоторној сили  $E$  за угао  $2\pi/3$ ; а електромоторна сила фазно заостаје за струјом  $I_2$  за угао  $\pi/2$ . Одредити ефективну вредност напона  $U_{10}$ .



Број поена за одговор: 20

5. Познато је:  $\underline{E}_1 = 10V$ ,  $\underline{E}_2 = 10e^{j\pi}V$ ,  $\underline{I}_S = (1 - j1)A$ ,  $R_1 = 5\Omega$ ,  $X_{L1} = X_{L2} = 5\Omega$ ,  $X_{C3} = 10\Omega$ .  
 а) Методом I и II Кирхофовог закона одредити тренутне вредности струја у гранама кола према усвојеном референтном смеру (слика)  
 б) Одредити снаге генератора електромоторне силе  $e_2(t)$ .



Број поена за одговор: 20

Укупан број поена: 100

**Пето републичко такмичење**  
**Јун 1998.**

1. Одредити почетну фазу резултантне струје  $i$ , ако су аналитички изрази компонентних струја:

$$i_1 = 30 \sin(\omega t + 45^\circ)$$

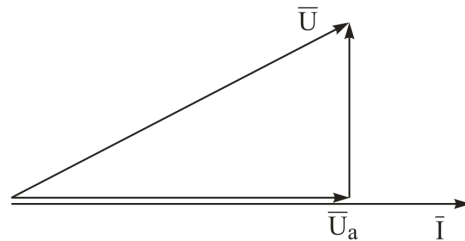
$$i_2 = 40 \sin(\omega t - 135^\circ).$$

- а)  $45^\circ$   
 б)  $135^\circ$   
 в)  $-90^\circ$   
 г)  $0^\circ$   
 д)  $-45^\circ$   
 њ)  $90^\circ$   
 е)  $-135^\circ$

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

2. Којем редном колу не одговара векторски дијаграм приказан на слици?

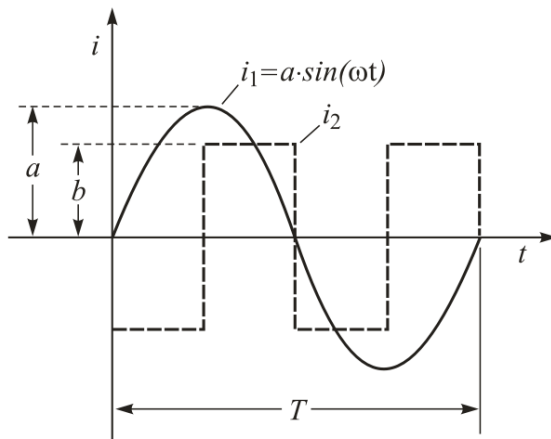
- а) Редном RLC колу ( $X_L > X_C$ );  
 б) Редном RL колу;  
 в) Редном RLC колу ( $X_C > X_L$ ).



Број поена за одговор: 4 /-2  
 (тачан/нетачан)

3. Какав однос постоји између ефективних вредности струја  $i_1$  и  $i_2$  (на слици), ако је  $a = b\sqrt{2}$  ?

- а)  $I_1 < I_2$   
 б)  $I_1 > I_2$   
 в)  $I_1 = I_2$ .



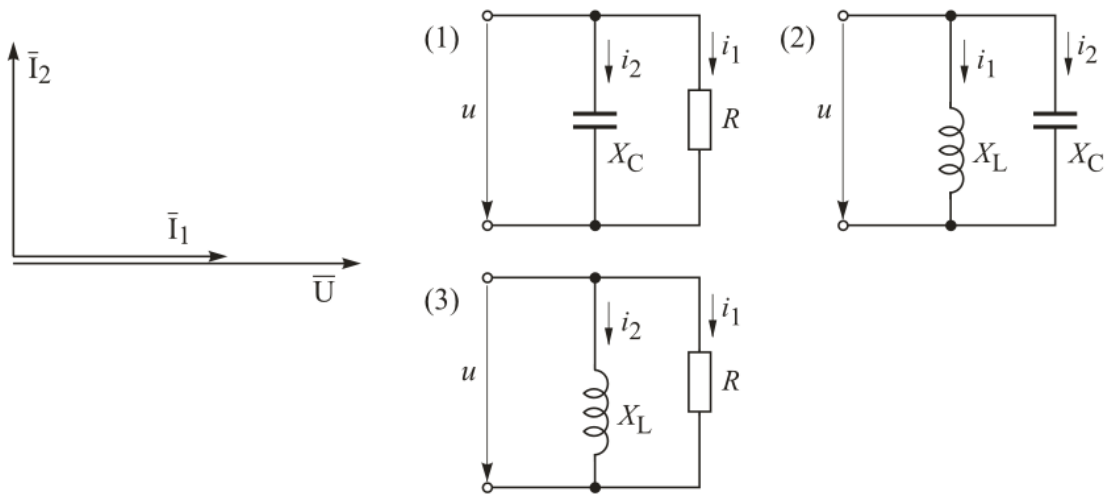
Број поена за одговор: 4 /-2  
 (тачан/нетачан)

4. Струја у редном RLC колу се мења по закону  $i = I_m \sin \omega t$ . Који је од израза датих у одговорима тачан, ако је  $X_L < X_C$  и  $\varphi = 0$  ?

- а)  $u_L = U_{Lm} \sin(\omega t - \pi/2)$ ;  
 б)  $u_a = U_{am} \sin(\omega t + \varphi)$ ;  
 в)  $u = U_m \sin(\omega t - \varphi)$ ;  
 г)  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ ;  
 д)  $u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \pi/2)$ .

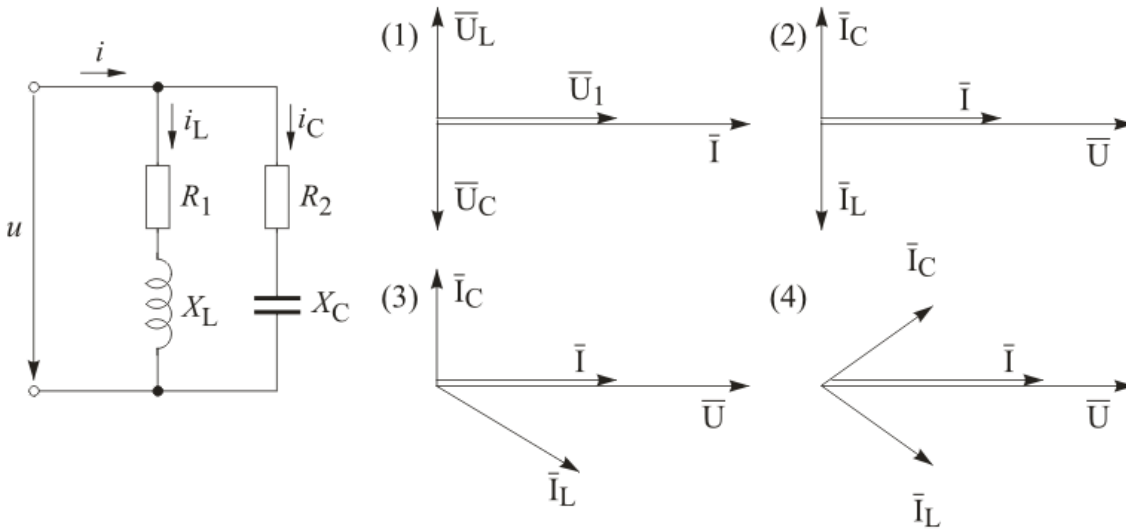
Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

5. Којем колу одговара дати векторски дијаграм?



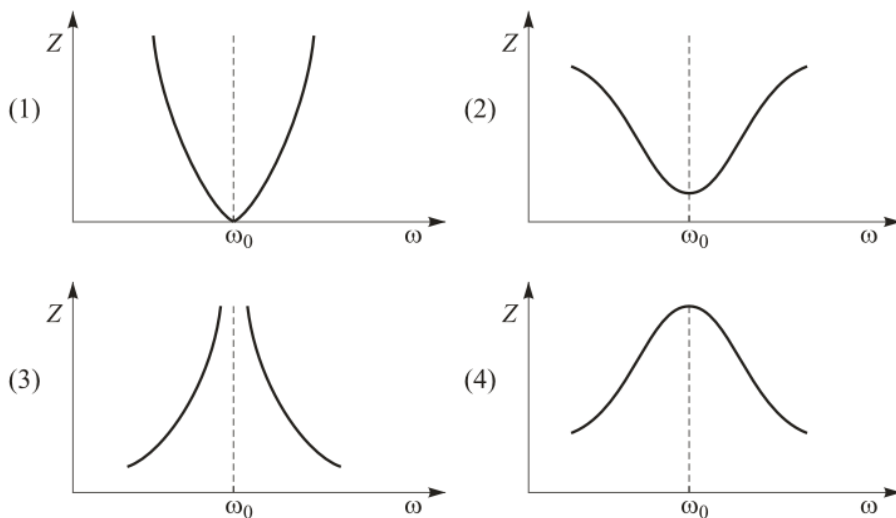
Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

6. Који векторски дијаграм одговара датом колу при струјној резонанцији?



Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

7.



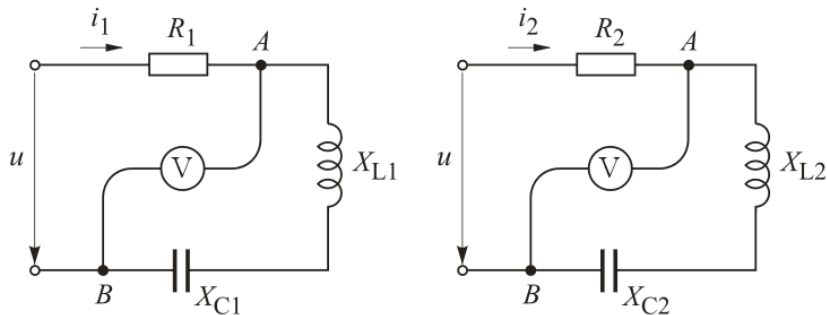
Која крива представља зависност импедансе паралелног осцилаторног кола у функцији кружне фреквенције:  $Z = f(\omega)$ , ако је активна отпорност калема нула ( $R_k=0$ ).

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

8. Шта физикално представља временска константа кондензатора?

Број поена за одговор: 6

9. Шеме на сликама (а) и (б) имају следеће бројне вредности елемената:  $\underline{U}=220\text{V}$ ,  $R_1=R_2=6\Omega$ ,  $X_{L1}=10\Omega$ ,  $X_{C1}=2\Omega$ ,  $X_{L2}=100\Omega$ ,  $X_{C2}=92\Omega$ . Какав би однос био између показивања волтметра уколико их укључујемо између тачака А и В?



Број поена за одговор: 6

10. Која је основна разлика између енергетских процеса у редном RL и редном RC колу?

Број поена за одговор: 6

11. Наведи основне кораке при решавању сложених кола комплексним рачуном применом I и II Кирхофовог правила (закона).

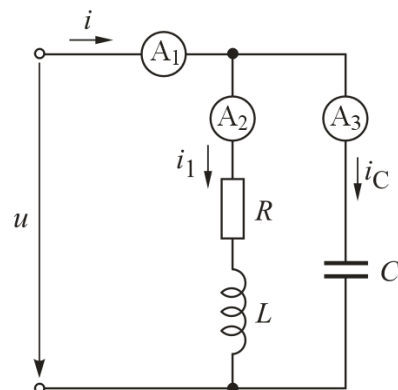
Број поена за одговор: 6

12. На које начине се може остварити фазна резонанција у редном RLC колу?

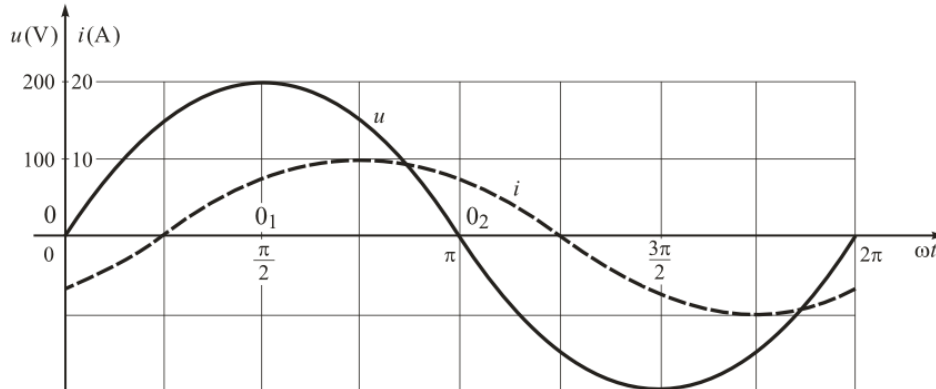
Број поена за одговор: 6

13. Какве струје ће показивати амперметри укључени у коло на слици, при струјној резонанцији? Образложити одговор преко одговарајућег векторског дијаграма струја.

Број поена за одговор: 6

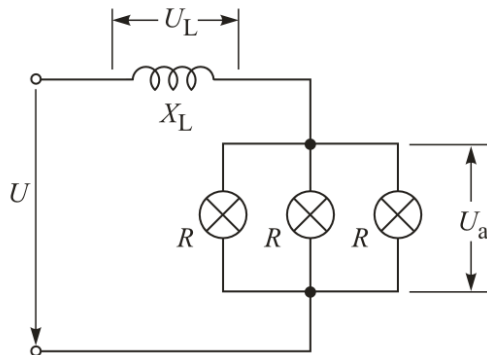


14. Написати изразе за тренутне вредности напона ( $u$ ) и струје ( $i$ ), чије су синусоиде приказане на слици, узевши за почетак рачунања времена респективно тачке  $O$ ,  $O_1$  и  $O_2$ . Амплитуде напона и струје су:  $U_1=200V$ ,  $I_m=10A$ , а фреквенција  $f=50Hz$ .



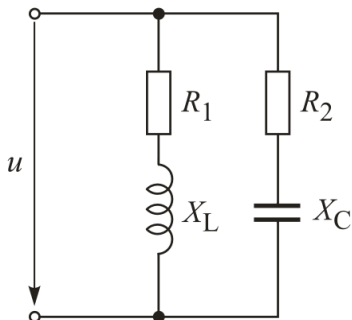
Број поена за одговор: 8

15. Објаснити како се мењају напони на деловима кола, при искључењу једне сијалице, при услову  $U=$ стално?



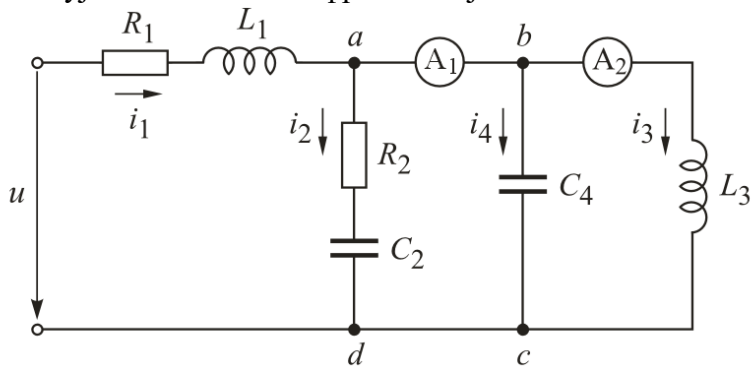
Број поена за одговор: 8

16. Бројне вредности елемената кола су:  $f=50Hz$ ,  $R_1= R_2=2\Omega$ ,  $X_L= X_C=2\Omega$ . Како се мења активна проводност читавог кола при повишењу фреквенције на  $f_p=100Hz$ ?



Број поена за одговор: 10

17. У шеми приказаној на слици, први амперметар показује да је струја у тој грани нула. Коју струју показује други амперметар ако елементи кола имају следеће вредности:  $R_1=50\Omega$ ,  $L_1=0,1\text{H}$ ,  $R_2=50\Omega$ ,  $C_2=101,5\mu\text{F}$ ,  $L_3=0,2\text{H}$ , а на крајевима кола делује напон  $U=100\text{V}$  фреквенције  $f=50\text{Hz}$ ?



Број поена за одговор: 10

Укупан број поена: 100

**Шесто републичко такмичење**  
**Јун 2000.**

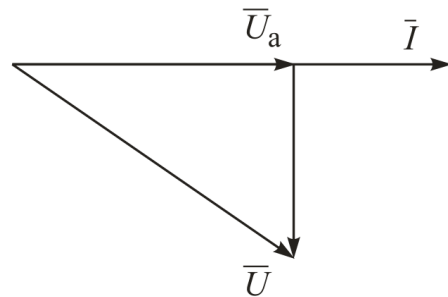
1. Одредити почетну фазу резултантне струје, ако су аналитички изрази компонентних струја:  $i_1=10\sin\omega t$  и  $i_2=10\sin(\omega t+2\pi/3)$ .

- а)  $\pi/3$
- б)  $-\pi/3$
- в)  $\pi/6$
- г)  $-\pi/6$

Број поена за одговор: 4 /-2  
(тачан/нетачан)

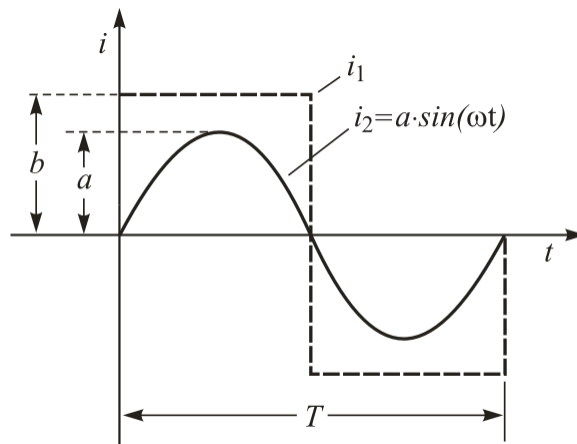
2. Којем редном колу одговара векторски дијаграм приказан на слици?

- а) редном RL колу
- б) редном RC колу
- в) редном RLC колу ( $RL > RC$ )



Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

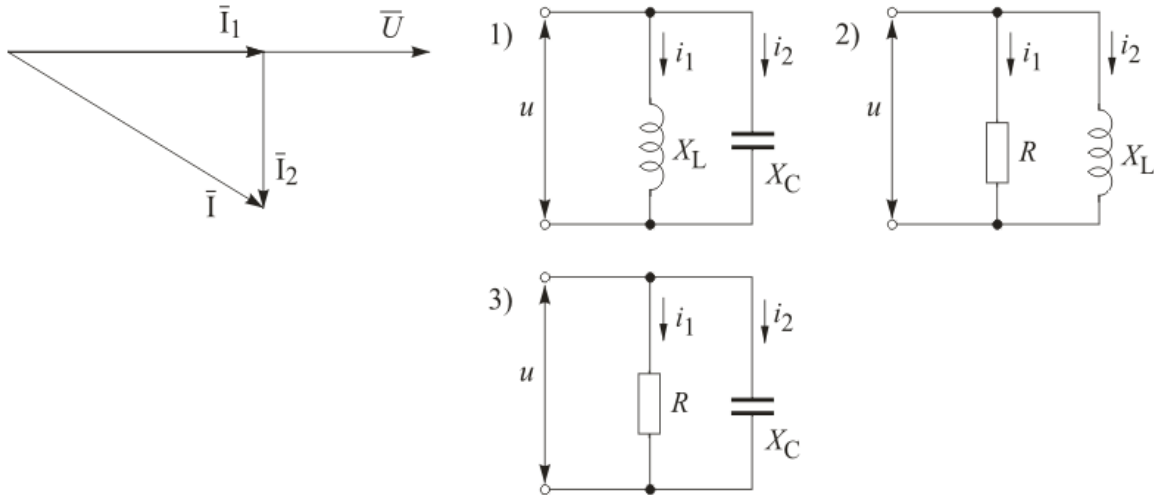
3. Какав однос постоји између ефективних вредности струја  $i_1$  и  $i_2$  (приказаних на слици), ако је  $b=a\sqrt{2}$  ?



- а)  $I_1 = I_2$
- б)  $I_1 = 2I_2$
- в)  $I_2 = 2I_1$

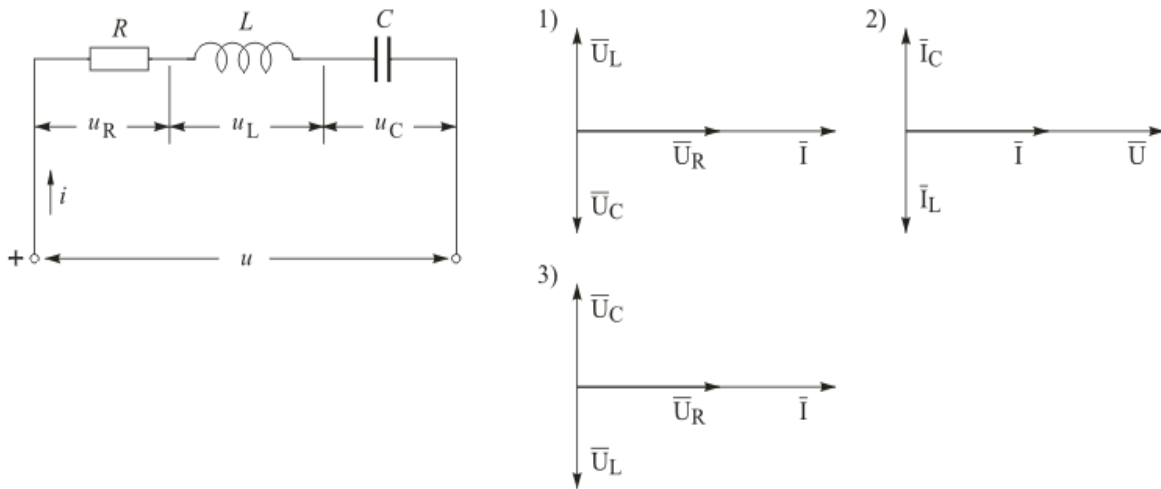
Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

4. Којем колу одговара дати векторски дијаграм?



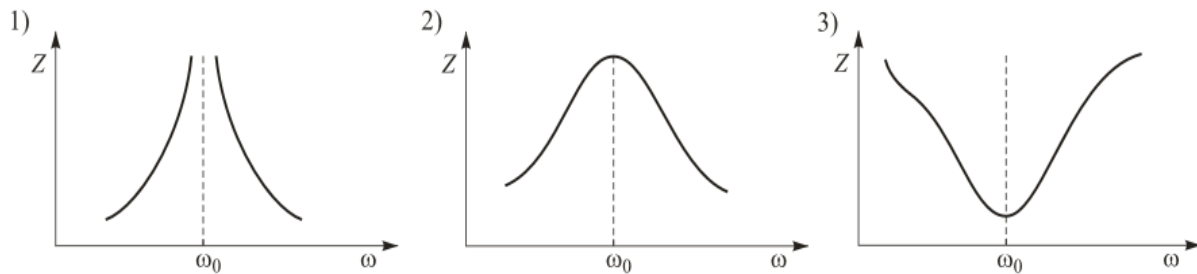
Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

5. Који векторски дијаграм одговара датом колу при напонској резонанцији?



Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

6. Која крива представља зависност импедансе редног осцилаторног кола у функцији кружне учестаности  $\omega$  (активна отпорност калема није нула)?



Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

7. На које начине се може остварити фазна антирезонанција у паралелном LC колу?

Број поена за одговор: 6

8. Наведи основне кораке при решавању сложених кола комплексним рачуном применом методе контурних струја.

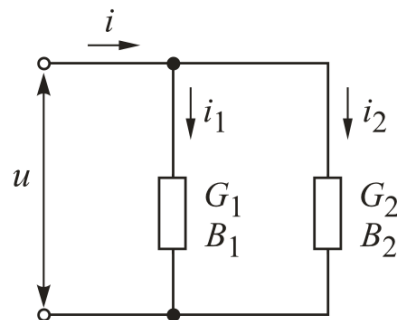
Број поена за одговор: 6

9. Како се Тевененова теорема примењује на сложено коло у простопериодичном режиму?

Број поена за одговор: 6

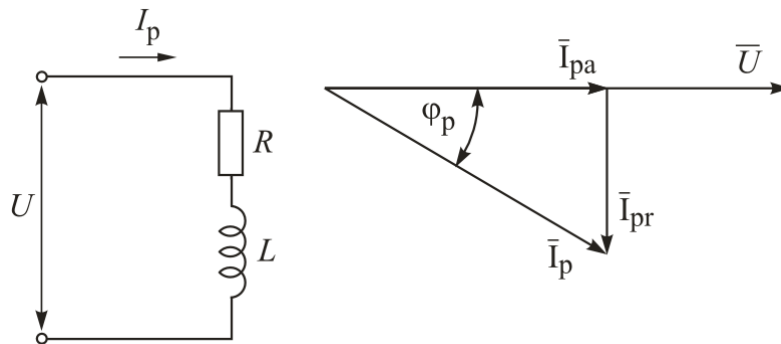
10. Два пријемника су везана паралелно и укључена у коло простопериодичне струје. Активне и реактивне отпорности пријемника су  $G_1=0,2\text{mS}$  и  $B_1=1\text{mS}$ ,  $G_2=0,6\text{mS}$  и  $B_2=-0,4\text{mS}$ . Одредити:

- а) адмитансу паралелне везе ових пријемника
- б) фазну разлику напона између крајева паралелне везе пријемника и струје напојне гране.



Број поена за одговор: 8

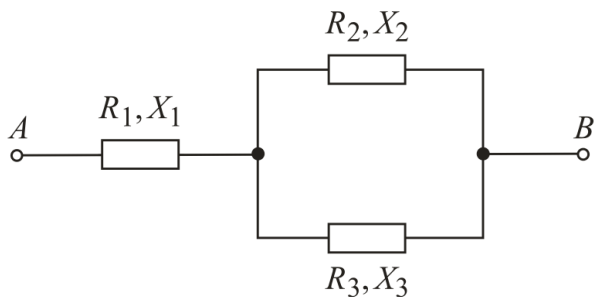
11. Како се врши поправка фактора снаге неког електромотора (RL пријемника)?



Број поена за одговор: 8

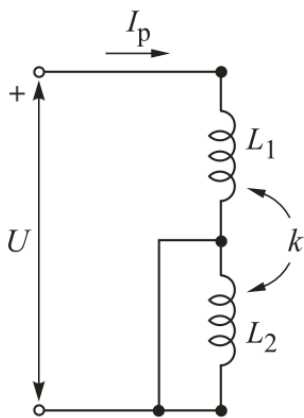
12. Наћи еквивалентну импедансу  $Z_{AB}$  групе пријемника приказане на слици.

- $R_1=1\text{k}\Omega$ ,  $X_1=2\text{k}\Omega$
- $R_2=2\text{k}\Omega$ ,  $X_2=4\text{k}\Omega$
- $R_3=3\text{k}\Omega$ ,  $X_3=6\text{k}\Omega$



Број поена за одговор: 12

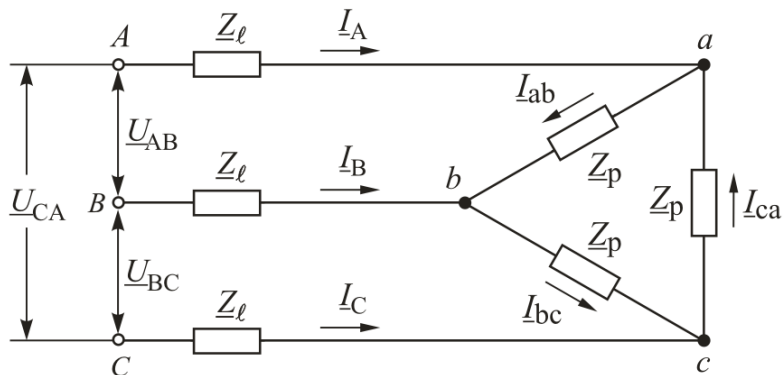
13. Два индуктивно спрегнута калема  $L_1$  и  $L_2$  везана су на ред. Коefицијент спреге је  $k$ . Калем индуктивности  $L_2$  је кратко спојен. Наћи еквивалентну индуктивност ако је  $L_1=500\text{mH}$ ,  $k=0,5$ .



Број поена за одговор: 15

14. На трофазну мрежу са улазним линијским напонем  $U_1=220\text{V}$  прикључен је трофазни пријемник спрегнут у троугао. Фазна импеданса пријемника је  $Z_p=(6+j9)\Omega$ , а импеданса линијског проводника је  $Z_l=(1+j2)\Omega$ . Одредити ефективну вредност:

- а) линијске струје  $I_l$   
 б) фазне струје  $I_p$  и фазног напона  $U_p$  пријемника.



Број поена за одговор: 15

Укупан број поена: 100

**Седмо републичко такмичење**  
**Јун 2001.**

1. Пораст резонантне фреквенције редног RLC кола постиже се:
- а) повећањем отпорности R
  - б) смањењем отпорности R
  - в) смањењем индуктивности L
  - г) повећањем капацитивности C

*Број поена за одговор: 4/-2 (тачан/нетачан)*

2. Кондуктанса пасивног елемента може бити:
- а) позитивна
  - б) негативна
  - в) позитивна или негативна

Сусцептанса пасивног елемента може бити:

- а) позитивна
- б) негативна
- в) позитивна или негативна

*Број поена за одговор: 4/-2 (тачан/нетачан)*

3. Резонантна кружна фреквенција осциловања LC кола је:

- а)  $\omega = \frac{\pi}{\sqrt{LC}}$
- б)  $\omega = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- в)  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Резонантна кружна фреквенција осциловања редног RLC кола је:

- а)  $\omega = \frac{R}{L}$
- б)  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- в)  $\omega = \frac{RL}{\sqrt{LC}}$

*Број поена за одговор: 4/-2 (тачан/нетачан)*

4. Који од наведених израза за ефективну, максималну и средњу вредност простопериодичне наизменичне струје није тачан?

- а)  $I_{sr} = \frac{2Im}{\pi}$   
 б)  $I_{sr} < I$   
 в)  $I = \frac{Im}{\sqrt{2}}$   
 г)  $I = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{sr}$

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

5. Генератор наизменичне електромоторне силе променљиве фреквенције прикључен на редно RLC коло подешен је на фреквенцију мању од резонантне. Ако се фреквенција генератора смањује, напон на крајевима отпорника:
- а) расте  
 б) опада  
 в) не мења се  
 г) не зависи од  $\omega$

Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

6. Како гласи комплексни израз за напон чија је тренутна вредност

$$u = 312\sqrt{2} \cos(\omega t + 90^\circ) \text{ V} ?$$

- а)  $\underline{U} = j312 \text{ V}$   
 б)  $\underline{U} = -312 \text{ V}$   
 в)  $\underline{U} = -220 \text{ V}$   
 г)  $\underline{U} = \frac{312}{\sqrt{2}} \text{ V}$

Број поена за одговор: 6

7. Тренутна вредност наизменичног напона дата је изразом  $u = U_m \sin \omega t$ . Одредити први тренутак после  $t=0$  када је тренутна вредност напона  $\sqrt{2}$  пута мања од максималне.  $f=25 \text{ Hz}$ .

- а)  $t=0,005 \text{ ms}$   
 б)  $t=5 \text{ ms}$   
 в)  $t=\pi/4 \text{ ms}$   
 г)  $t=-\pi/4 \text{ ms}$

Број поена за одговор: 6

8. Дат је израз за тренутну вредност напона на калему  $u_1 = 100\sqrt{2} \cos \omega t$ . Како гласе изрази за тренутне вредности струје калема  $i_1$  и електромоторне силе самоиндукције у калему  $e_s$ , ако је  $X_L=1 \Omega$ .

а)  $i_1 = -100\sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ)$ ,  $e_s = -100\sqrt{2} \cos \omega t$

б)  $i_1=100\sqrt{2}\cos(\omega t-90^\circ)$ ,  $e_s=-100\sqrt{2}\cos(\omega t+180^\circ)$

в)  $i_1=100\sqrt{2}\cos(\omega t+90^\circ)$ ,  $e_s=-100\sqrt{2}\sin\omega t$

*Број поена за одговор: 6*

9. У редном RLC колу дат је следећи однос отпорности: активна отпорност је  $\sqrt{3}$  пута већа од капацитивне отпорности а капацитивна отпорност је четири пута мања од индуктивне отпорности. Одреди фазни угао.

а)  $\varphi=60^\circ$

б)  $\varphi=-60^\circ$

в)  $\varphi=30^\circ$

г)  $\varphi=\pm 60^\circ$

*Број поена за одговор: 6*

10. Ако су напон и струја пријемника дефинисани изразима  $u=100\sin(\omega t+17^\circ)$  и  $i=25\sin(\omega t+28^\circ)$ . Какав је однос његове активне и реактивне отпорности?

а)  $R=X/4$

б)  $R=X/2$

в)  $R=X$

г)  $R=4X$

*Број поена за одговор: 8*

11. Просто електрично коло садржи генератор наизменичне електромоторне силе  $e=E\sin(\omega t-45^\circ)$ , а у колу тече струја  $i=I\sin(\omega t-135^\circ)$ . Који елемент поред генератора садржи ово електрично коло? (Нацртати фазорски дијаграм.)

а) отпорник

б) калем

в) кондензатор

г) отпорник и калем

*Број поена за одговор: 8*

12. Напон између тачака А и В једног кола простопериодичне струје мери се волтметром чија је импеданса  $Z_V=-j10k\Omega$ . Волтметар показује напон  $U_1=20kV$ . Колика је ефективна вредност напона  $U$  између тачака А и В када се волтметар уклони, ако је еквивалентна импеданса остатка кола између тих тачака  $Z=j5k\Omega$ ?

а)  $U=20kV$

б)  $U=0kV$

в)  $U=1kV$

г)  $U=10kV$

*Број поена за одговор: 10*

13. Редно RLC коло,  $C=100pF$ , прикључено је на извор наизменичног напона  $\omega=10^7s^{-1}$ . Одреди индуктивност  $L$  при којој ће снага отпорника бити максимална?

- a)  $L=100\mu\text{H}$
- б)  $L=10\mu\text{H}$
- в)  $L=100\text{nH}$
- г)  $L=10\text{nH}$

Број поена за одговор: 10

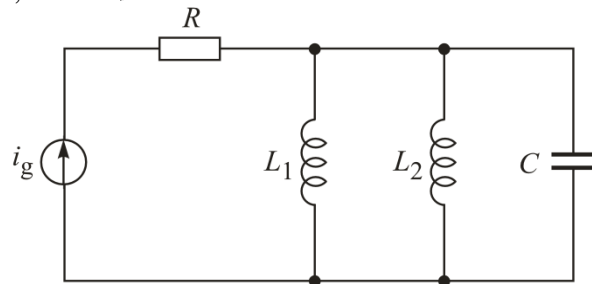
14. За део кола наизменичне струје на слици познато је  $I_2=2\text{A}$ ,  $I_g=2\sqrt{3}\text{A}$ ,  $E_1=10\text{V}$ ,  $Z_C=5\Omega$ ,  $R=5\sqrt{3}\Omega$ . Ако струја  $i_g$  фазно предњачи електромоторној сили за  $2\pi/3$  а електромоторна сила фазно заостаје за  $i_2$  за  $\pi/2$ , одреди реактивну снагу коју прима грана везана између чворова 1 и 0.

- a)  $Q=-30\text{VAr}$
- б)  $Q=30\text{VAr}$
- в)  $Q=10\sqrt{3}\text{VAr}$
- г)  $Q=0\text{VAr}$

Број поена за одговор: 10

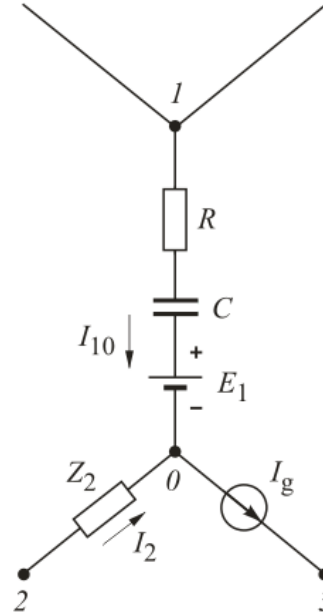
15. У колу на слици познато је:  $I_g=(1-j)\text{A}$ ,  $\omega=10^7\text{s}^{-1}$ ,  $R=10\Omega$ ,  $L_1=1\mu\text{H}$ ,  $L_2=2\mu\text{H}$ ,  $C=5\text{nF}$ . Колико износи  $P$ ,  $Q$  и  $S$  идеалног струјног генератора?

- a)  $P=20\text{W}$ ,  $Q=0\text{VAr}$ ,  $S=20\text{VA}$
- б)  $P=20\text{W}$ ,  $Q=20\text{VAr}$ ,  $S=20\sqrt{2}\text{VA}$
- в)  $P=20\text{W}$ ,  $Q=20\text{VAr}$ ,  $S=20\text{VA}$
- г)  $P=20\text{W}$ ,  $Q=-20\text{VAr}$ ,  $S=20\sqrt{2}\text{VA}$



Број поена за одговор: 10

Укупан број поена: 100



**Осмо републичко такмичење**  
**Јун 2002.**

1. Учестаност струје  $i=I_m \sin 2\omega t$  је:

- а)  $\pi$
- б)  $\pi/\omega$
- в)  $\omega/\pi$
- г)  $\omega \pi$

Број поена за одговор: 4/-2 (тачан/нетачан)

2. Фазна разлика напона  $u=200\sin(314t+\pi/10)$  и струје  $i=50\sin(314t-5\pi/12)$  је:

- а)  $\frac{31}{60} \pi$
- б) 0
- в)  $-\frac{19}{60} \pi$
- г)  $\frac{19}{60} \pi$

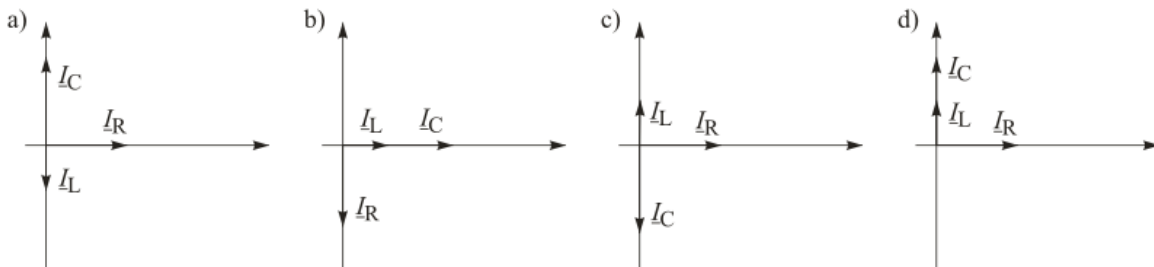
Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

3. На калему  $X_L=2\Omega$  успостављена је наизменична струја ефективне вредности  $I=5A$ ,  $f=50Hz$ , почетне фазе  $\psi=\pi/6$ . Одредити снагу коју прима калем.

- а) 50 VAr
- б) 0 VAr
- в) 50W
- г) 10W

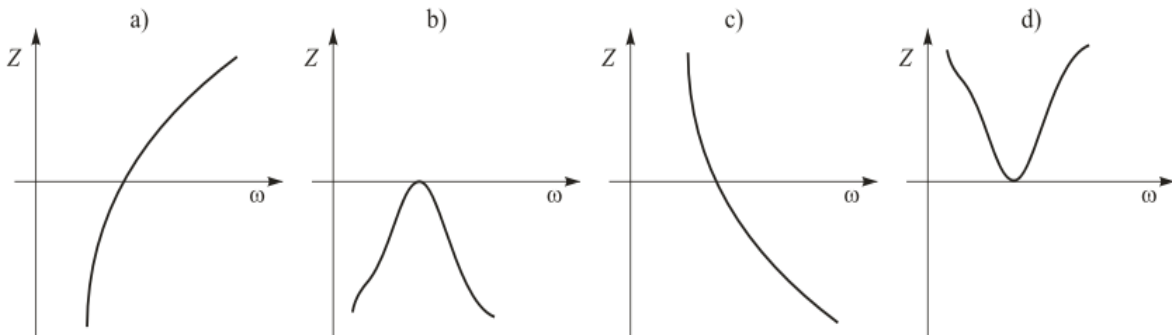
Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

4. Којем векторском дијаграму одговара паралелно, претежно капацитивно,  $R||L||C$  коло?



Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

5. Која крива представља зависност импедансе  $Z$  од учестаности  $\omega$  код редног осцилаторног кола?



Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)

6. Ако су комплексни напон  $\underline{U}=(80+j60)V$  и струја  $\underline{I}=j20A$ , колико износи комплексна привидна снага  $\underline{S}$  ?

Број поена за одговор: 6

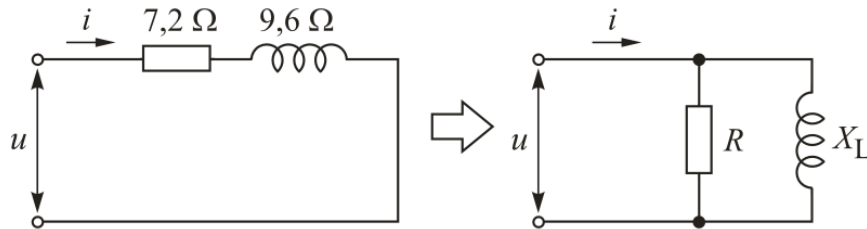
7. Редно RL коло треба заменити еквивалентним паралелним колом. Одреди  $R$  и  $X_L$ .

a)  $R=0,05\Omega$ ,  $X_L=0,06\Omega$

б)  $R=15\Omega$ ,  $X_L=20\Omega$

в)  $R=0,05\Omega$ ,  $X_L=-0,06\Omega$

г)  $R=20\Omega$ ,  $X_L=15\Omega$

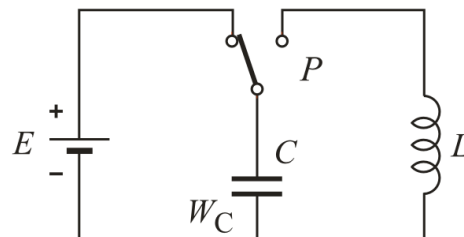


Број поена за одговор: 6

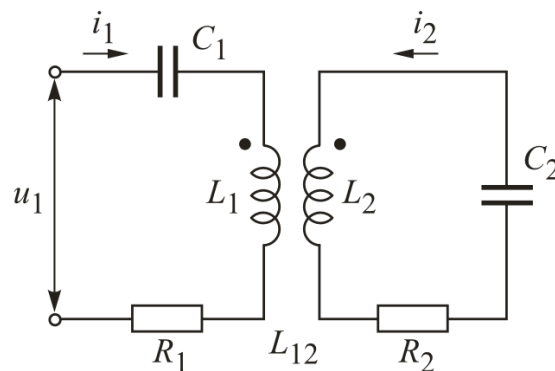
8. Претходно напуњен кондензатор

$$(W_C = \frac{CE^2}{2})$$

омогућава да при затварању LC кола протиче струја  $i(\omega_0)$ . Изведи Томпсонов образац за сопствену кружну учестаност  $\omega_0$ .



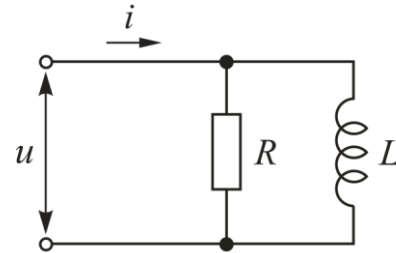
Број поена за одговор: 8



9. За дата индуктивно спрегнута кола напиши опште једначине и изведи улазну импедансу система  $\underline{Z}_e$ .

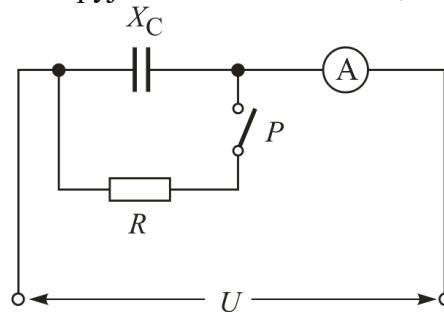
Број поена за одговор: 8

10. Напон на крајевима кола мења се по закону  $u=179\sin 156t$ . Одреди тренутну вредност резултантне струје  $i$ .



Број поена за одговор: 8

11. Колоко ће износито струја  $I_1$  кроз амперметар после затварања прекидача P, ако је пре затварања прекидача струја износила  $I$  а  $R = X_C$ ,  $U = \text{const}$ .

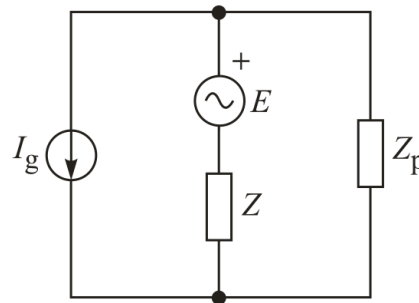


Број поена за одговор: 10

12. На мрежи напона 220V, 50Hz, прикључен је RL пријемник  $\underline{Z}=(4+j12)\Omega$ . Одреди отпорност кондензатора  $X_C$  прикљученог ради потпуне компензације реактивне снаге.

Број поена за одговор: 10

13. За коло на слици познати су:  
 $\underline{I}_g=0,9(1-j2)\text{A}$ ,  $\underline{E}=(14-j2)\text{V}$ ,  $\underline{Z}=(10+j20)\Omega$ ,  
 $\underline{Z}_p=(90-j20)\Omega$   
 Одреди активну снагу пријемника  $Z_p$ .

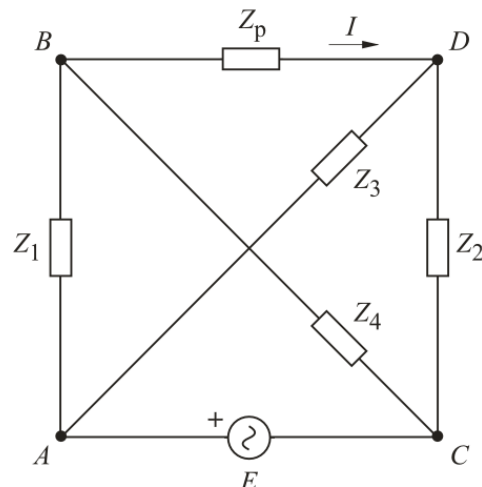


Број поена за одговор: 12

14.  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = 10 \Omega$   
 $\underline{Z}_3 = \underline{Z}_4 = j5 \Omega$   
 $\underline{Z}_p = (1-j3) \Omega$   
 $\underline{E} = (30-j10)\text{V}$   
 Применом Тевененове теореме одреди струју  $\underline{I}$ .

Број поена за одговор: 12

Укупан број поена: 100



**Девето републичко такмичење**  
**Јун 2003.**

1. Колика је тренутна вредност простопериодичне струје када се обртни вектор којим је представљена поклопи са негативним делом  $Y$  осе?

- а)  $I$
- б)  $-I_m$
- в)  $-I$
- г)  $0$

*Број поена за одговор: 5/-2 (тачан/нетачан)*

2. Дати су изрази за тренутне вредности два простопериодична напона  $u_1(t)=U_m \cos(\omega t + \pi/6)$ ,  $u_2(t)=U_m \sin(\omega t + \pi/6)$ . Какав је њихов међусобни фазни став?

- а) они су у противфази
- б) они су у фази
- в)  $u_2$  предњачи за  $\pi/2$
- г)  $u_1$  предњачи за  $\pi/2$

*Број поена за одговор: 5 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Индуктивни калем прикључен је на идеални напонски генератор простопериодичног напона. Ако је тренутна снага калема негативна, калем:

- а) прима енергију од генератора
- б) враћа енергију генератору
- в) прима или враћа енергију генератору у зависности од индуктивности

*Број поена за одговор: 5 /-2 (тачан/нетачан)*

4. На који начин се у коло прикључује генератор ради компензације реактивне енергије?

- а) Редно са пријемником
- б) Паралелно са пријемником
- в) Редно или паралелно са пријемником у зависности од врсте пријемника

*Број поена за одговор: 5 /-2 (тачан/нетачан)*

5. Ако је у редном RLC колу прикљученом на простопериодични напон ефективне вредности  $U$  наступила резонанција, која релација која повезује напоне у колу и фактор доброте кола је исправна:

- а)  $U = U_C = QU_L$
- б)  $U_L = U = QU_C$
- в)  $U_L = U_C = QU$

*Број поена за одговор: 5 /-2 (тачан/нетачан)*

6. Пријемник је прилагођен на генератор када се на њему развија максимална:
- Активна снага
  - Реактивна снага
  - Привидна снага

Број поена за одговор: 5 /-2 (тачан/нетачан)

7. Шта представљају границе пропусног опсега код редног резонантног кола?
- Учестаности при којима је јачина струје у колу  $\sqrt{2}$  пута мања од струје при резонанцији.
  - Учестаности при којима је јачина струје у колу  $\sqrt{2}$  пута већа од струје при резонанцији.
  - Максималну и минималну капацитивност кондензатора.

Број поена за одговор: 5 /-2 (тачан/нетачан)

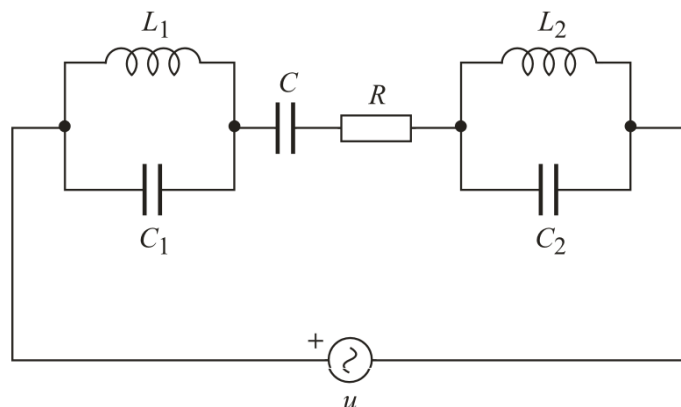
8. Електрично осцилаторно коло састоји се од калема и кондензатора. Ако се капацитивност кондензатора повећа четири пута, а индуктивност калема не промени, како ће се променити период осциловања осцилаторног кола?

Број поена за одговор: 5

9. Реални калем  $R=10\Omega$ ,  $X_L=10\Omega$  везан је паралелно са кондензатором  $X_C=10\Omega$ , и прикључен на напон  $U=(100+j100)V$ . Наћи привидну, активну и реактивну снагу овог кола.

Број поена за одговор: 5

10. У колу на слици наћи еквивалентну умпедансу кола и тренутну вредност струје кроз генератор.  $u(t)=100\sin\omega t$ ,  $R=50\Omega$ ,  $X_C=20\Omega$ ,  $X_{L1}=40\Omega$ ,  $X_{C1}=80\Omega$ ,  $X_{L2}=60\Omega$ ,  $X_{C2}=30\Omega$ .



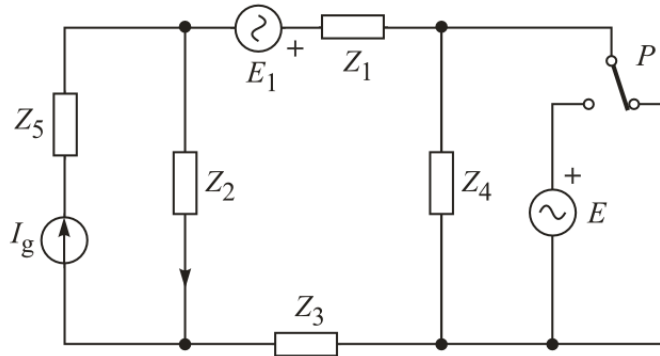
Број поена за одговор: 10

11. Непозната импеданса  $Z_1$  везана је редно са паралелном везом импеданси  $Z_2$  и  $Z_3$ . Затим је коло прикључено на простопериодичан напон ефективне вредности  $U$ .

Одреди импедансу  $Z_1$  ако је познато:  $U=4V$ ,  $Z_e=4e^{-j30}$ ,  $P_2=0W$ ,  $Q_2=1Var$ ,  $P_3=\sqrt{3} W$  и  $Q_3=0Var$ .  $Z_e$  представља еквивалентну импедансу целог кола,  $P$  односно  $Q$  су снаге одговарајућих импеданси.

Број поена за одговор: 10

12. По пребацивању прекидача  $P$  у супротни положај, у колу простопериодичне струје, струја кроз импедансу  $Z_2$  се повећа у назначеном смеру за  $\Delta I_2=2mA$ . Познато је:  $Z_1=(2+j3)k\Omega$ ,  $Z_2=j5k\Omega$ ,  $Z_3=(4-j4)k\Omega$ ,  $Z_4=Z_5=5k\Omega$ ,  $I_g=8mA$ ,  $E_1=(3-j2)V$ . Наћи  $E$ .

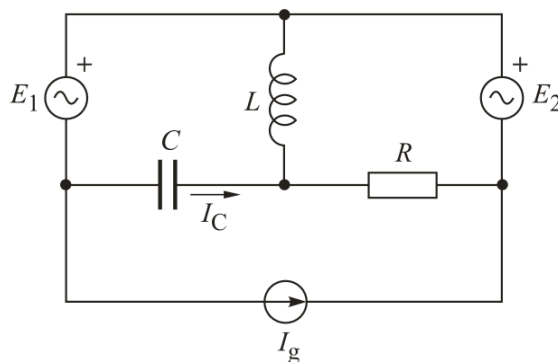


Број поена за одговор: 10

13. Редна веза два пријемника прикључена је на простопериодични напон. Активна снага и сусцептанса редне везе су  $P_e=5W$  и  $B_e=-125\mu S$ . Импеданса првог пријемника је  $Z_1=3\sqrt{5}\Omega$ , док су реактивна снага и реактанса другог пријемника, редом,  $Q_2=-2,5Var$  и  $X_2=-2k\Omega$ . Израчунати резистансе првог и другог пријемника.

Број поена за одговор: 10

14. За електрично коло на слици одредити ефективну вредност струје кондензатора.  $R=2\Omega$ ,  $X_C=1\Omega$ ,  $X_L=2\Omega$ ,  $I_g=1A$ ,  $E_1=(-2-j2)V$ ,  $E_2=(-6+j2)V$ .



Број поена за одговор: 15

Укупан број поена: 100

**Десето републичко такмичење**  
**Јун 2004.**

1. При фазној антирезонанцији еквивалентна импеданса кола је:

- а) реактивна
- б) активна
- в) индуктивна

*Број поена за одговор: 4/-2 (тачан/нетачан)*

2. Какву вредност има еквивалентна импеданса при фазној антирезонанцији?

- а) максималну
- б) минималну
- в) средњу

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

3. Какву вредност има струја у колу у коме је наступила фазна антирезонанција?

- а) максималну
- б) минималну
- в) средњу

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

4. Ако је реактивна проводност паралелног RLC кола позитивна, онда је коло:

- а) индуктивно
- б) капацитивно

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

5. У паралелном RC колу прикљученом на простопериодичан напон  $U(t)=U_m \sin \omega t$ , струја кондензатора  $i_C(t)$ :

- а) Касни за напоном  $u(t)$  за половину периода
- б) Предњачи напону  $u(t)$  за половину периода
- в) Касни за напоном  $u(t)$  за четвртину периода
- г) Предњачи напону  $u(t)$  за четвртину периода

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

6. Ширина пропусног опсега је:

- а) директно сразмерна фактору доброте редног резонантног кола
- б) обрнуто сразмерна фактору доброте редног резонантног кола
- в) обрнуто сразмерна квадрату фактора доброте редног резонантног кола

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

7. Ако је у редном RLC колу прикљученом на простопериодични напон ефективне вредности  $U$  наступила резонанција, која релација која повезује напоне у колу и фактор доброте кола је исправна?

а)  $U=U_C=QU_L$

б)  $U_L=U=QU_C$

в)  $U_L=U_C=QU$

*Број поена за одговор: 4 /-2 (тачан/нетачан)*

8. Генератор са два пара полова обрће се са  $n=1500^\circ/\text{мин}$ . Колико износе:

а) учестаност индуковане емс у генератору, (f)?

б) угаона брзина генератора, ( $\Omega$ )?

*Број поена за одговор: 6*

9. Ако су дате комплексне импедансе  $\underline{Z}_{12}$ ,  $\underline{Z}_{23}$ ,  $\underline{Z}_{31}$ , везане у троугао, написати изразе за комплексне импедансе еквивалентне звезде  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ .

*Број поена за одговор: 6*

10. Скицирај троугао адмитансе паралелног RL кола и дефиниши у ком интервалу се налази угао  $\phi$ ?

*Број поена за одговор: 6*

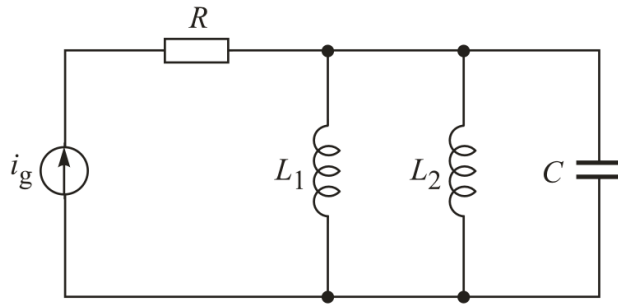
11. Два генератора наизменичне струје везана су на ред. Познато је  $e_1(t)=30\sqrt{2}\sin(314t-30^\circ)$ , а електромоторна сила другог генератора има ефективну вредност  $E_2=40V$  и временски предњачи у односу на  $e_1$  за  $\Delta t=0,005s$ . Наћи ефективну вредност резултантне електромоторне силе редно везаних генератора неизменичне струје.

*Број поена за одговор: 7*

12. На генератор електромоторне силе  $e(t)=20\cos\omega t$  V, где је  $\omega=10^6s^{-1}$ , и унутрашње импедансе  $\underline{Z}_g=(5-j20)k\Omega$ , прикључен је пријемник. Колика треба да буде импеданса пријемника  $\underline{Z}_p$  да би средња снага пријемника била максимална, и колика је та снага?

*Број поена за одговор: 7*

13. За коло на слици познато је:  $L_1=1\mu H$ ,  $L_2=2\mu H$ ,  $\omega=10^7\text{rad/s}$ ,  $C=5nF$ ,  $R=10\Omega$ ,  $\underline{I}_g=(1-j1)A$ . Израчунај комплексну привидну снагу идеалног струјног генератора.



Број поена за одговор: 10

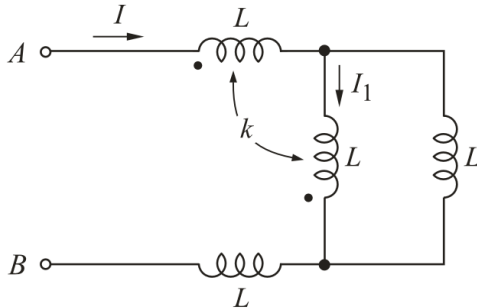
14. Паралелна веза  $R=12\Omega$ ,  $X_C=12\Omega$ ,  $X_L=6\Omega$  прикључена је на напон  $U(t) = 120\sqrt{2} \sin 314t$  V. Како гласи израз за тренутну вредност укупне струје у колу?

Број поена за одговор: 10

15. За део кола наизменичне струје на слици познато је  $I_2=2$  A,  $I_g=2\sqrt{3}$  A,  $E=10$  V,  $R=5\sqrt{3}\Omega$ ,  $Z_C=5\Omega$ . Ако струја  $I_g$  фазно предњачи електромоторној сили за  $2\pi/3$ , а електромоторна сила фазно заостаје за  $I_2$  за  $\pi/2$ , одредити активну снагу коју прима грана везана између чворова 1 и 0.

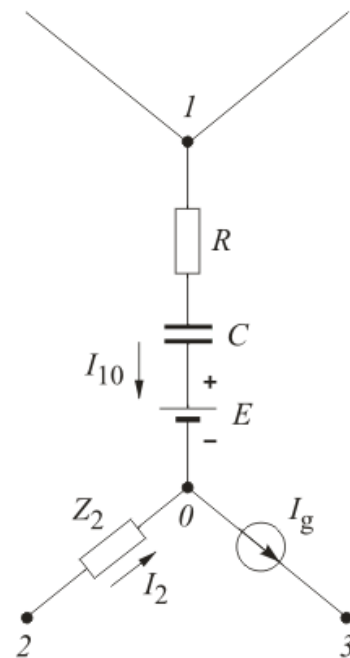
Број поена за одговор: 10

16. За коло на слици познато је  $L=10$  мН,  $k=1$ ,  $\underline{I}=(10+j5)$  A,  $\omega=10^4$  s<sup>-1</sup>. Нађи комплексни напон  $\underline{U}_{AB}$ .



Број поена за одговор: 10

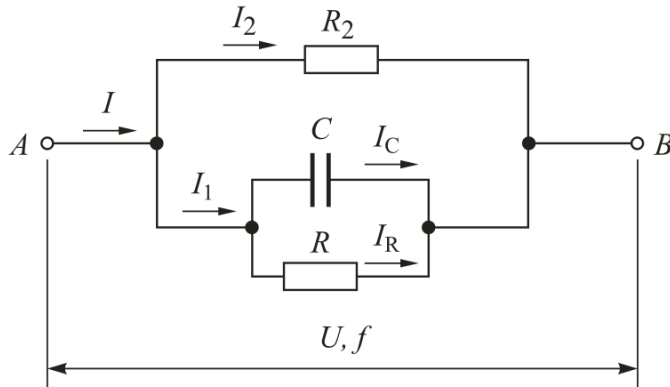
Укупан број поена: 100



**Р Е Ш Е Њ А**  
**ЗАДАКА И**  
**ТЕСТОВА ЗНАЊА**  
**СА**  
**РЕГИОНАЛНИХ ТАКМИЧЕЊА**

**Прво регионално такмичење (решења)  
Мај 1994.**

1.



$$P_2 = R_2 I_2^2 = U I_2$$

$$U = R I_R \Rightarrow P_2 = R I_R I_2$$

На основу фазорских дијаграма:

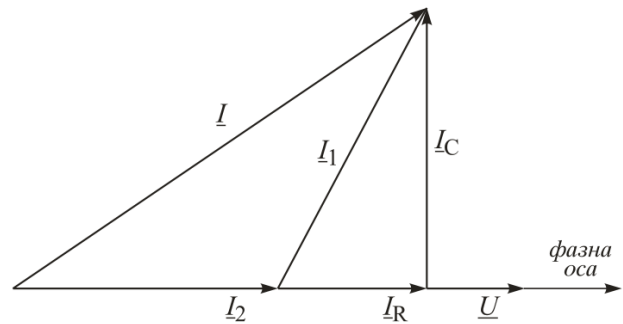
$$I_C^2 = I_1^2 - I_R^2 = I^2 - (I_2 + I_R)^2$$

$$I_1^2 - I_R^2 = I^2 - I_2^2 - 2I_2 I_R - I_R^2$$

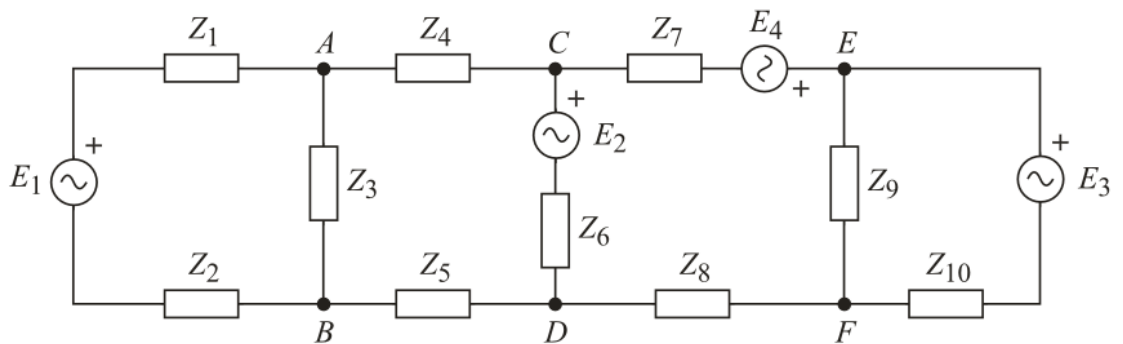
$$I_R = \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_2}$$

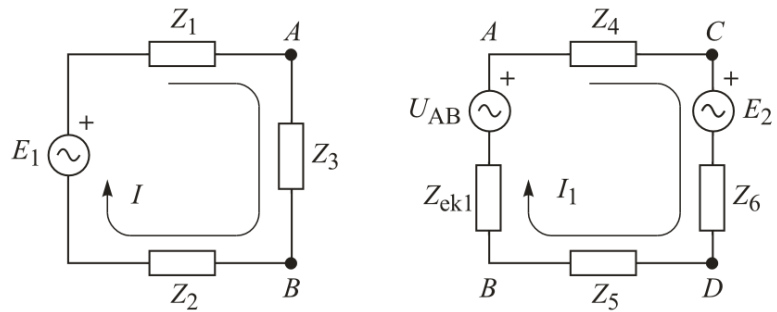
$$P_2 = R_2 I_2 \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_2}$$

$$P_2 = 390 \text{ mW}$$



2. Решавамо коло:





Трансформирешемо коло:

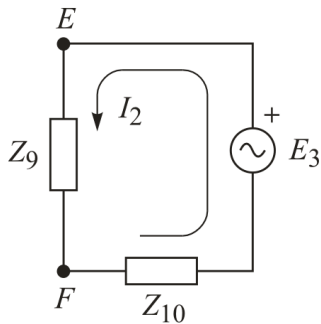
$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 1\text{A}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{Z}_3 \underline{I} = -j10\text{V}$$

$$\underline{Z}_{ek1} = \frac{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (5 - j10)\Omega$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{AB} - \underline{E}_2}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_{ek1}} = (-0,1 - j0,6)\text{A}$$

$$\underline{U}_{CD} = \underline{E}_2 + \underline{Z}_6 \underline{I}_1 = (3,2 + j1,8)\text{V}$$

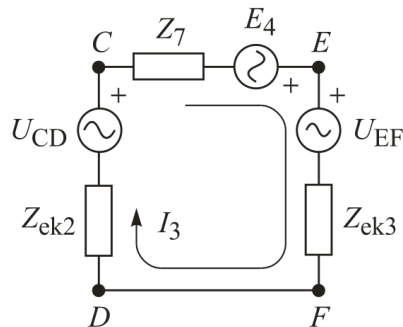


$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_9 + \underline{Z}_{10}} = (0,5 + j0,5)\text{A}$$

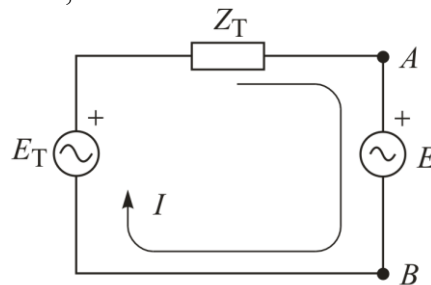
$$\underline{U}_{EF} = \underline{Z}_9 \underline{I}_2 = (-2,5 + j7,5)\text{V}$$

$$\underline{I}_3 = 0 \Rightarrow \underline{U}_{CD} + \underline{E}_4 - \underline{U}_{EF} = 0$$

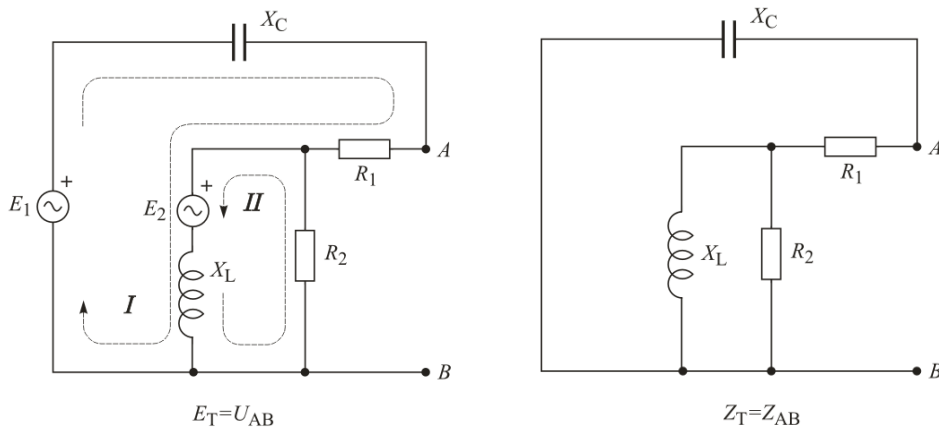
$$\underline{E}_4 = \underline{U}_{EF} - \underline{U}_{CD} = (-5,7 + j5,7)\text{V}$$



3. Цело коло, осим гране АВ, може се заменити Тевененовим генератором.



Електромоторну силу и импедансу Тевененовог генератора налазимо из следећих кола:



Напон  $U_{AB} = E_T$  налазимо тако што прво нађемо струје у колу методом контурних струја:

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 - \underline{E}_2 &= [R_1 + j(X_L - X_C)] \cdot \underline{I}_I + jX_L \underline{I}_{II} \\ - \underline{E}_2 &= jX_L \underline{I}_I + (R_2 + jX_L) \underline{I}_{II} \end{aligned}$$

⇓

$$\underline{I}_{II} = -(1+j)A$$

$$\underline{I}_I = jA$$

$$\underline{U}_{AB} = R_1 \underline{I}_I - R_2 \underline{I}_{II} = (1+j)2V$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{R_2 \cdot jX_L}{R_2 + jX_L} = \frac{1+j}{2} \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = R_1 + \underline{Z}_2 = \frac{3+j}{2} \Omega$$

$$\underline{Z}_T = \frac{\underline{Z}_3 (-jX_C)}{\underline{Z}_3 - jX_C} = \frac{6-j8}{10} \Omega$$

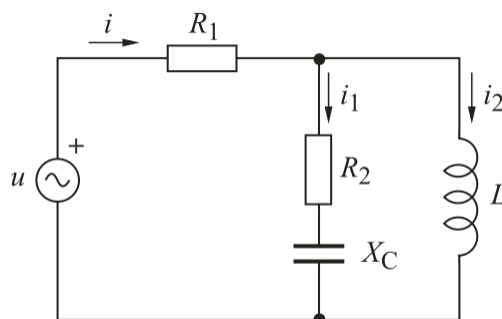
Комплексна привидна снага генератора E је:  $\underline{S} = \underline{E} \cdot \underline{I}^*$

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_T - \underline{E}}{\underline{Z}_T} = (0,6 + j0,8)A$$

$$\underline{S} = j2(0,6 - j0,8)VA = (1,6 + j1,2)VA$$

$$S = 2VA$$

4. Решавамо коло:



$$\underline{Z}_e = R_1 + \frac{(R_2 - jX_C)jX_L}{R_2 + j(X_L - X_C)} = R_1 + \frac{R_2 X_L X_C + R_2 X_L (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2} + j \frac{R_2^2 X_L - X_L X_C (X_L - X_C)}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\text{Im}(\underline{Z}_e) = 0 \Rightarrow R_2^2 X_L - X_L X_C (X_L - X_C) = 0$$

$$X_L = \frac{R_2^2 + X_C^2}{X_C} = 4\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = 2\text{mH}, \quad Z_e = 6\Omega$$

$$\underline{U} = 24(\cos(-45^\circ) + j\sin(-45^\circ)) = 12\sqrt{2}(1-j)\text{V}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = 2\sqrt{2}(1-j)\text{A} \Rightarrow I = 4\text{A}, \quad \psi = \arctg(-1) = -45^\circ$$

$$i = 4\sqrt{2} \sin(2 \cdot 10^3 t - 45^\circ)\text{A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U} - R_1 \underline{I}}{jX_L} = (-2\sqrt{2} - j2\sqrt{2})\text{A}$$

$$I_2 = 4\text{A}, \quad \psi_2 = -135^\circ \Rightarrow i_2 = 4\sqrt{2} \sin(2 \cdot 10^3 t - 135^\circ)\text{A}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I} - \underline{I}_2 = 4\sqrt{2}\text{A}, \quad \psi_1 = 0^\circ$$

$$i = 8\sin 2 \cdot 10^3 t \text{A}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 96\text{VA}$$

$$P = 96\text{W}$$

**Друго регионално такмичење (решења)**  
**Април 1995.**

1. а) Када је фазни померај једнак  $\frac{\pi}{4}$ , важи троугао

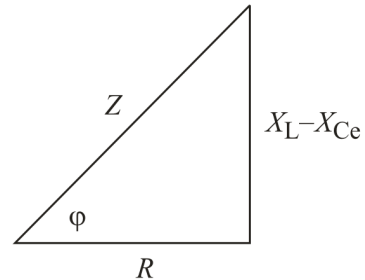
импедансе на слици и следећи изрази:

$$R = X_L - X_{Ce}$$

$$X_{Ce} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}$$

Решавањем горњег система једначина добијамо:

$$C_2 = 12.5nF$$

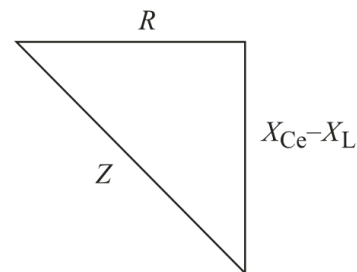


- б) Када је фазни померај једнак  $-\frac{\pi}{4}$ , важи троугао

импедансе на слици и следећи изрази:

$$R = X_{Ce} - X_L$$

$$C_2 = 10nF$$



- в) Да би струја у колу имала максималну амплитуду мора важити:

$$\text{Im}\{Z_E = R + jX_L - jX_{Ce}\} = 0 \quad \Rightarrow \quad X_L = X_{Ce}$$

$$C_2 = 11.1nF$$

2. а) Ако је почетна фаза струје  $i_C$  једнака  $\psi_C = 0$ , почетна фаза напона  $u_{BC}$  једнака је

$\theta_{BC} = -\frac{\pi}{2}$  (напон на крајевима кондензатора касни у односу на струју кроз

кондензатор за  $\frac{\pi}{2}$ ). Почетна фаза струје  $i_R$  једнака је такође  $\psi_R = -\frac{\pi}{2}$  (напон на

крајевима отпорника и струја кроз отпорник су у фази). Дакле:

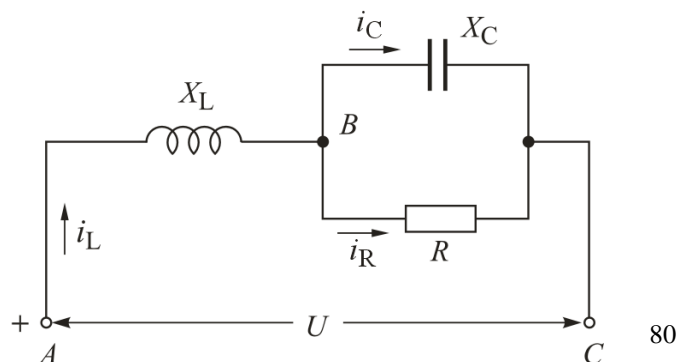
$$I_R = \sqrt{\frac{P}{R}} = 10mA \quad \underline{I}_R = -j10mA$$

Сада можемо да напишемо аналитички облик струје  $i_R$ :

$$i_R(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})mA$$

- б) Потребно је одредити комплексан облик струје  $i_C$ :

$$\underline{I}_C = \frac{U_{BC}}{-jX_C} = \frac{R\underline{I}_R}{-jX_C} = 7.5mA$$



Сада можемо да напишемо аналитички облик струје  $i_C$ :

$$i_C(t) = 7.5\sqrt{2} \sin wt \text{ mA}$$

в) Потребно је одредити комплексан облик струје  $i_L$ :

$$\underline{I}_L = \underline{I}_R + \underline{I}_C = (7.5 - j10) \text{ mA}$$

$$\psi_L = \arctg \frac{(-10)}{7.5} = -53^\circ$$

Сада можемо да напишемо аналитички облик струје  $i_L$ :

$$i_L(t) = 12.5\sqrt{2} \sin(\omega t - 53^\circ) \text{ mA}$$

г) Потребно је одредити комплексан  
напона  $u_{AC}$

$$\underline{U}_{AB} = jX_L \underline{I}_L = (34.4 + j25.8) \text{ V}$$

$$\underline{U}_{AC} = \underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} = (34.4 - j4.2) \text{ V}$$

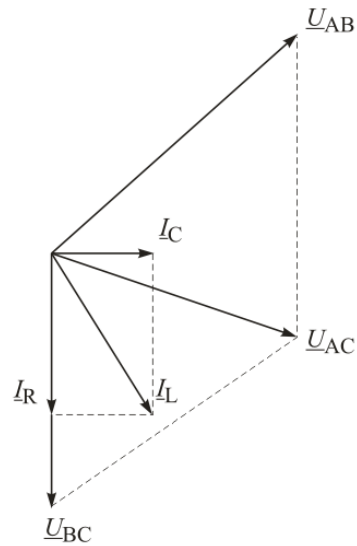
$$\theta_{AC} = \arctg \frac{(-4.2)}{34.4} = -7^\circ$$

Сада можемо да напишемо аналитички  
напона  $u_{AC}$ :

$$u_{AC}(t) = 34.65\sqrt{2} \sin(\omega t - 7^\circ) \text{ V}$$

Тражимо вредност напона  $u_{AC}$  у  
тренутку  $t = 0$

$$u_{AC}(0) = -5.9 \text{ V}$$



облик

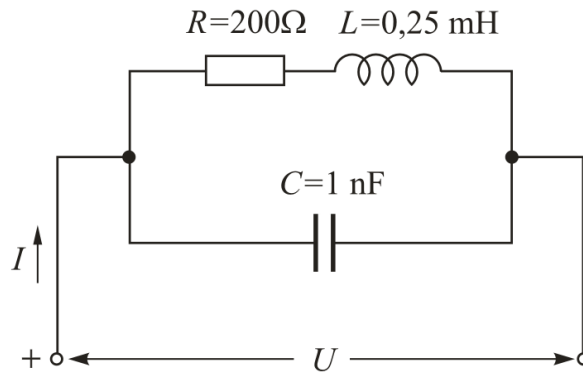
облик

3. а) Коло се понаша као активна отпорност када је имагинарни део комплексне адмитансе једнак нули (може се узети као услов да је имагинарни део комплексне импедансе једнак нули али то препуштамо читаоцу).

Укупну комплексну адмитансу кола обележићемо са  $\underline{Y} = G - jB$

$$\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} - j\left(\frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \omega C\right)$$

$$\text{Im}\{\underline{Y}\} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{L - R^2 C}{L^2 C} \Rightarrow f = 292 \text{ kHz}$$



б) Коло се понаша као импеданса капацитивног карактера када је сушцептанса кола (B) мања од нуле:

$$B < 0 \Rightarrow \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \omega C < 0$$

$$\omega > \sqrt{\frac{L - R^2 C}{L^2 C}}$$

$$f > 292 \text{ kHz}$$

в) Коло се понаша као импеданса индуктивног карактера када је сушцептанса кола (B) већа од нуле:

$$B > 0 \Rightarrow \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \omega C > 0$$

$$\omega < \sqrt{\frac{L - R^2 C}{L^2 C}}$$

$$f < 292 \text{ kHz}$$

г)  $\underline{Y} = (1.95 - j1.44) \text{ mS}$

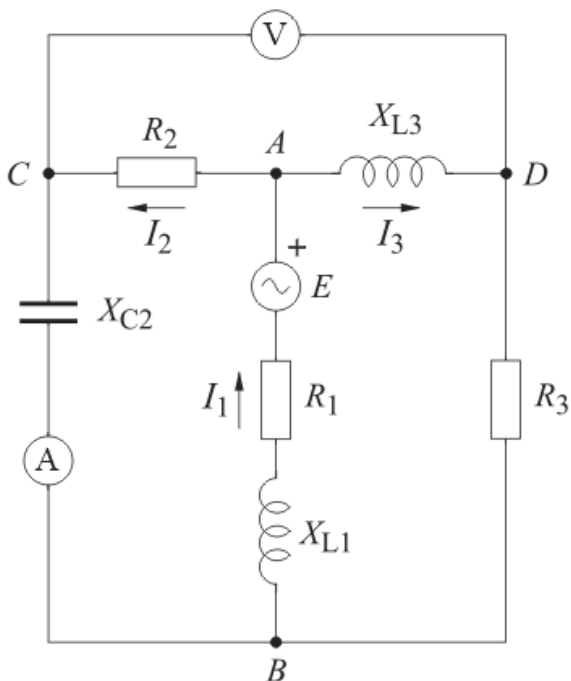
$Y = 2.42 \text{ mS}$

4. а) Ако су инструменти идеалних карактеристика онда важи:

- ✓ отпорност волтметра је бесконачно велика, па је струја у грани где се налази волтметар једнака нули.
- ✓ отпорност амперметра је једнака нули, па је пад напона на њему једнак нули.

Први Кирхофов закон за чвор C гласи:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_A + \underline{I}_V = \underline{I}_A \text{ јер је струја кроз волтметар једнака нули.}$$



$$\underline{I}_2 = 2mA$$

$$\underline{U}_V = \underline{U}_{CD} = jX_{L3}\underline{I}_3 - R_2\underline{I}_2 = 0$$

$$\underline{I}_3 = -j4mA$$

б) Први Кирхофов закон за чвор  $A$ :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

$$\underline{I}_3 = (2 - j4)mA$$

в)  $\underline{U}_{AB} = (R_3 + jX_{L3})\underline{I}_3 = -(R_1 + jX_{L1})\underline{I}_1 + \underline{E}_1$

$$\underline{E}_1 = (18 - j4)V$$

г)  $\underline{S} = \underline{E}_1 \underline{I}_1^* = (52 + j64)VA$

$$S = 82.46VA$$

5. Задатак се може решити било којом методом за решавање сложених кола. Ми овде износимо решење помоћу Тевененове теореме као најједноставније, а остале начине решавања препуштамо читаоцу.

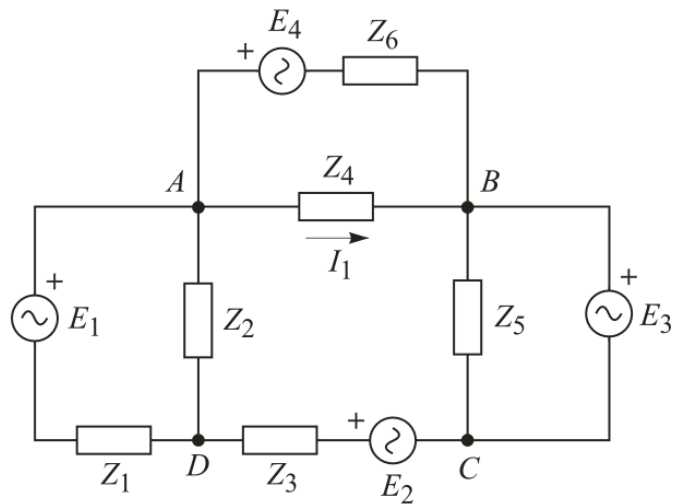
$$\underline{E}'_1 = \frac{\underline{E}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = (3 + j3)V$$

$$\underline{Z}'_1 = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = (2 - j2)k\Omega$$

$$\underline{I}' = \frac{\underline{E}_3 + \underline{E}_4 - \underline{E}'_1 - \underline{E}_2}{\underline{Z}'_1 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_6} = -j1mA$$

$$\underline{U}'_{AB} = \underline{E}_T = \underline{E}_4 - \underline{Z}_6 \underline{I}' = (3 - j3)V$$

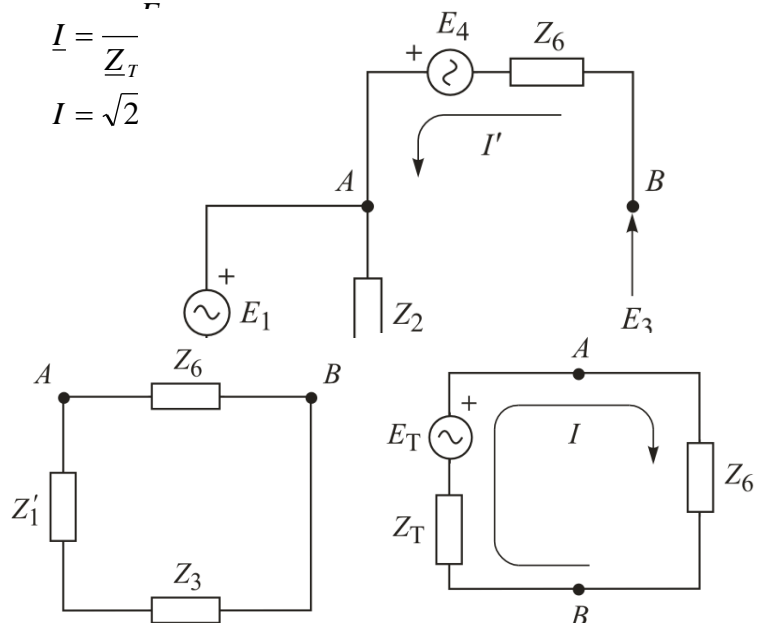
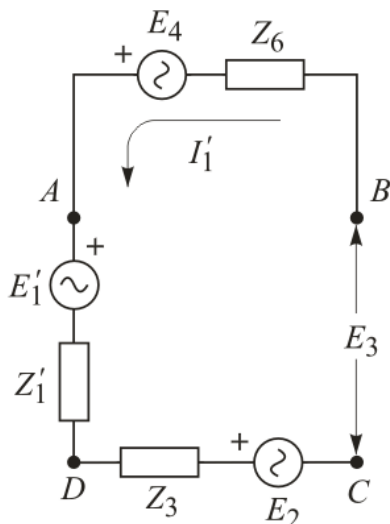
$$\underline{Z}'_T = \frac{\underline{Z}_6(\underline{Z}'_1 + \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_6 + \underline{Z}'_1 + \underline{Z}_3} = (3 - j)k\Omega$$



Када смо пронашли параметре Тевененовог генератора можемо да одредимо тражену струју:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}'_{AB}}{\underline{Z}'_T}$$

$$I = \sqrt{2}$$

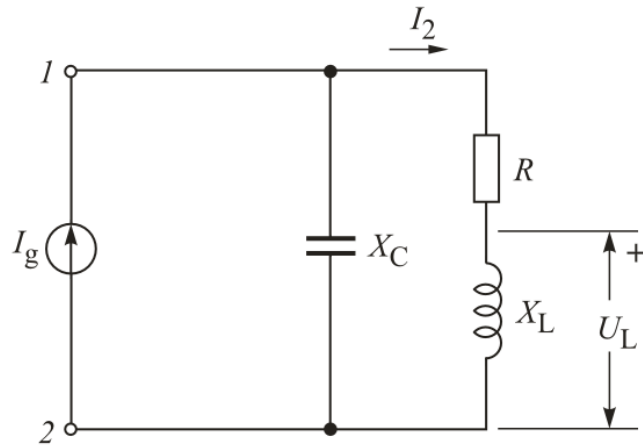


**Треће регионално такмичење (решења)**  
**Април, 1996.**

1. За коло на слици можемо да напишемо:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_g \frac{(-jX_C)}{R + j(X_L - X_C)}$$

$$\underline{U}_L = \underline{I}_g \frac{(-jX_C)}{R + j(X_L - X_C)} \cdot (jX_L)$$



Како су напон  $u_L$  и струја  $i_g$  у фази мора важити

$$\text{Im} \left\{ \frac{\underline{U}_L}{\underline{I}_g} \right\} = 0$$

Из овог услова добијамо:

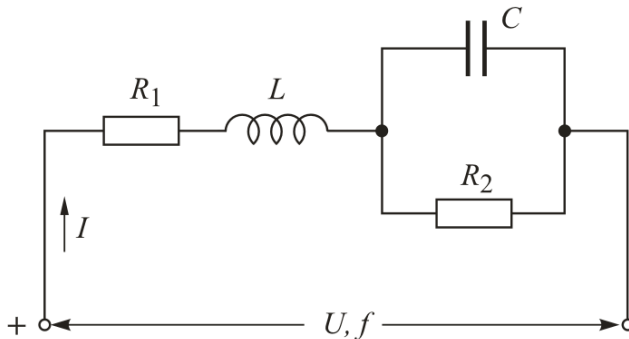
$$X_C = X_L = 100 \Omega$$

Сада рачунамо привидну снагу струјног генератора:

$$\underline{S}_g = \underline{U}_{12} \underline{I}_g^* = \underline{I}_2 (R + jX_L) \underline{I}_g^* = (0.2 - j0.4) \text{ mVA}$$

2. а) Услов задатка је да су струја  $i$  и напон  $u$  у фази па мора важити:

$$\text{Im} \left\{ \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \right\} = 0$$



Одредићемо еквивалентну импедансу кола  $Z$ :

$$\underline{Z} = \frac{R_2(-j\frac{1}{\omega C})}{R_2 - j\frac{1}{\omega C}} + j\omega L + R_1 = R_1 + \frac{R_2}{1 + (\omega CR_2)^2} + j\omega(L - \frac{CR_2^2}{1 + (\omega CR_2)^2})$$

Ако сада применимо услов задатка, добијамо:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{C^2 R_2^2}} = 571.6 \text{ Hz}$$

б) Уз испуњен услов под а) имамо:

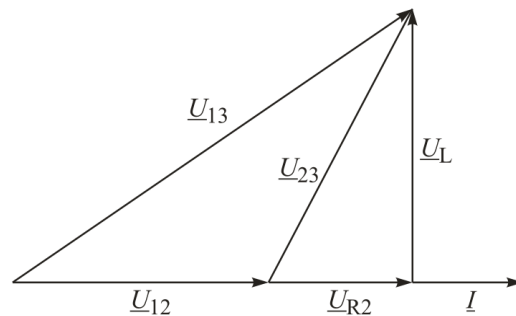
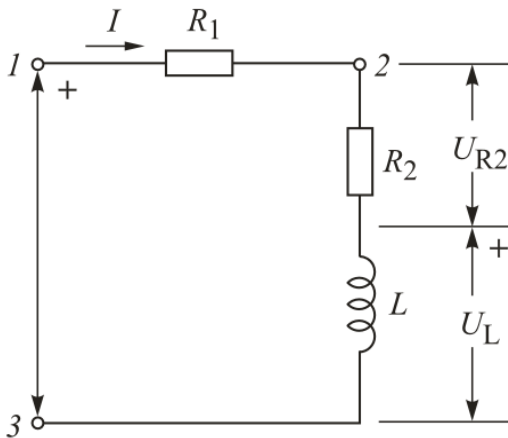
$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2}{1 + (\omega C R_2)^2} = 5.2 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = 9.615 \text{ A}$$

3. а) За векторски дијаграм на слици важи:

$$U_{13}^2 = (U_{12} + U_{R2})^2 + U_L^2$$

$$U_{23}^2 = U_{R2}^2 + U_L^2$$



Решавањем написаног система једначина по  $U_L$  и  $U_R$  добијамо:

$$U_L = 99.87 \text{ V}$$

$$U_R = 5.125 \text{ V}$$

б) Ефективну вредност струје  $I$  одредићемо на следећи начин:

$$I = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{U_{R2}}{\frac{U_{R2}^2}{P}} = \frac{P}{U_{R2}} = 0.976 \text{ A}$$

в) Тражене вредности елемената су:

$$L = \frac{U_L}{\omega I} = 0.326 \text{ H}$$

$$R_2 = \frac{U_{R2}^2}{P} = 5.253 \Omega$$

4. Када је фреквенција генератора једнака нули, реактанса калема је такође једнака нули ( $X_L = \omega L = 0 \Omega$ ) и може се заменити кратким спојем а реактанса кондензатора

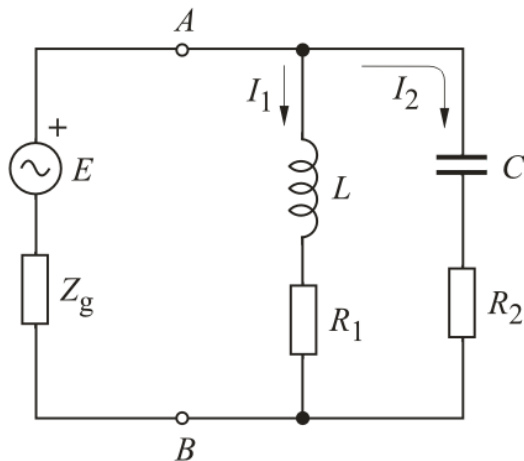
је бесконачно велика ( $X_C = \frac{1}{\omega C} = \infty$ ) и може се заменити прекидом у колу - отвореном везом:

$$f = 0 \quad \underline{Z}_{AB} = R_1 \quad |\underline{Z}_{AB}| = R_1 = Z_g = 4\Omega$$

Када је фреквенција генератора бесконачно велика, реактанса кондензатора је једнака нули ( $X_C = \frac{1}{\omega C} = 0\Omega$ ) и може се заменити кратким спојем а реактанса

калема је бесконачно велика ( $X_L = \omega L = \infty$ ) и може се заменити прекидом у колу - отвореном везом:

$$f = \infty \quad \underline{Z}_{AB} = R_2 \quad |\underline{Z}_{AB}| = R_2 = Z_g = 4\Omega$$



Када је фреквенција генератора једнака  $f_0$  важи:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow R_2 I_2^2 = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = I_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2$$

$$\sqrt{R_1^2 + \omega_0^2 L^2} = \sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C^2}}$$

$$\omega_0^2 LC = 1 \quad (1)$$

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{(R_1 + j\omega_0 L)(R_2 - j\frac{1}{\omega_0 C})}{R_1 + j\omega_0 L + R_2 - j\frac{1}{\omega_0 C}}$$

$$|\underline{Z}_{AB}|^2 = Z_g^2 \quad (2)$$

Решавањем израза (2) добијамо:

$$\frac{L}{C} = 16 \quad (2')$$

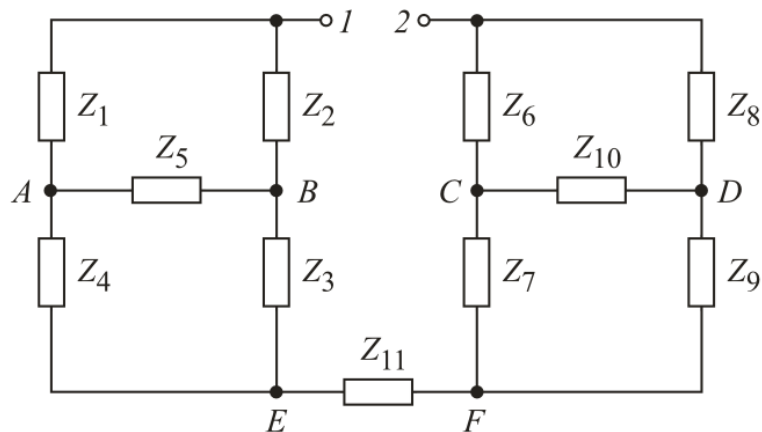
Комбиновањем израза (1) и (2') добијамо тражене вредности:

$$C = \frac{1}{4\omega_0} = 39.8\mu F$$

$$L = \frac{4}{\omega_0} = 0.64mH$$

**Четврто регионално такмичење (решења)**  
**Мај 1997.**

1. Еквивалентну импедансу можемо наћи претварањем неке од звезди у троугао или неког од троуглова импеданси у звезду. Наћи ћемо прво еквивалентну импедансу дела кола са леве стране а онда и са десне стране, па ће укупна импеданса бити збир ове две редно везане импедансе. Прво сређујемо део кола са леве стране: Због међусобног односа импеданси, није могуће извршити претварање троугла АВС у звезду. Средишњу импедансу  $Z_{11}$  растављамо на две редне  $Z_{11R}=150\Omega$  и  $Z_{11Im}=j100\Omega$  између којих је тачка  $D'$  ради елегантније трансформације кола, и звезду између тачака В, С,  $D'$  са средиштем у  $D$  претварамо у троугао:



$$Z_{BD'} = Z_4 + Z_{11Im} + \frac{Z_4 \cdot Z_{11Im}}{Z_3} = j200\Omega + j100\Omega + \frac{j200\Omega \cdot j100\Omega}{j100\Omega} = j300\Omega + j200\Omega = j500\Omega$$

$$Z_{CD'} = Z_3 + Z_{11Im} + \frac{Z_3 \cdot Z_{11Im}}{Z_4} = j100\Omega + j100\Omega + \frac{j100\Omega \cdot j100\Omega}{j200\Omega} = j200\Omega + j50\Omega = j250\Omega$$

$$Z_{BC} = Z_3 + Z_4 + \frac{Z_3 \cdot Z_4}{Z_{11Im}} = j100\Omega + j200\Omega + \frac{j100\Omega \cdot j200\Omega}{j100\Omega} = j300\Omega + j200\Omega = j500\Omega$$

У новом колу су у паралели  $Z_5$  и  $Z_{BC}$  и њихова еквивалентна отпорност је :

$$Z_{BCEKV} = \frac{Z_5 \cdot Z_{BC}}{Z_5 + Z_{BC}} = \frac{-j300\Omega \cdot j500\Omega}{-j300\Omega + j500\Omega} = -j750\Omega$$

Још једном вршимо претварање – овог пута троугла АВС у звезду (у колу са новим отпорником  $Z_{BCEKV}$  између тачака В и С:

$$Z_A = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_{BCEKV}} = \frac{j100\Omega \cdot j200\Omega}{j100\Omega + j200\Omega - j750\Omega} = \frac{j100\Omega \cdot j200\Omega}{-j450\Omega} = -j44.5\Omega$$

$$Z_B = \frac{Z_1 \cdot Z_{BCEKV}}{Z_1 + Z_2 + Z_{BCEKV}} = \frac{j100\Omega \cdot (-j750\Omega)}{j100\Omega + j200\Omega - j750\Omega} = \frac{j100\Omega \cdot (-j750\Omega)}{-j450\Omega} = j166.7\Omega$$

$$Z_C = \frac{Z_2 \cdot Z_{BCEKV}}{Z_1 + Z_2 + Z_{BCEKV}} = \frac{j200\Omega \cdot (-j750\Omega)}{j100\Omega + j200\Omega - j750\Omega} = \frac{j200\Omega \cdot (-j750\Omega)}{-j450\Omega} = j333.3\Omega$$

У колу имамо импедансе  $Z_B$  и  $Z_{BD'}$  на ред и импедансе  $Z_C$  и  $Z_{CD'}$  а њихова еквивелантна импеданса је  $Z_{BCD'}$ :

$$Z_{L1} = Z_B + Z_{BD'} = j166.7\Omega + j500\Omega = j666.7\Omega$$

$$Z_{L2} = Z_C + Z_{CD'} = j333.3\Omega + j250\Omega = j583.33\Omega$$

$$Z_{BCD'} = \frac{Z_{L1} \cdot Z_{L2}}{Z_{L1} + Z_{L2}} = \frac{j666.7\Omega \cdot j583.33\Omega}{j666.7\Omega + j583.33\Omega} = j311.1\Omega$$

Задњи корак у сређивању левог дела шеме је саберемо импедансе  $Z_A$  и  $Z_{BCD'}$  које су у редној вези и добијамо резултат:

$$Z_{AD'} = Z_A + Z_{BCD'} = -j44.5\Omega + j311.1\Omega = j266.4\Omega$$

Сређујемо део кола са десне стране: Троугао HGF претварамо у звезду:

$$Z_H = \frac{Z_6 \cdot Z_8}{Z_6 + Z_8 + Z_{10}} = \frac{-j100\Omega \cdot j25\Omega}{-j100\Omega + j25\Omega + 125\Omega} = \frac{2500\Omega \cdot \Omega}{-j75\Omega + 125\Omega} = (14.7\Omega + j8.8\Omega)$$

$$Z_G = \frac{Z_6 \cdot Z_{10}}{Z_6 + Z_8 + Z_{10}} = \frac{-j100\Omega \cdot 125\Omega}{-j100\Omega + j25\Omega + 125\Omega} = \frac{-j12500\Omega \cdot \Omega}{-j75\Omega + 125\Omega} = (44.1 - j73.5)\Omega$$

$$Z_F = \frac{Z_{10} \cdot Z_8}{Z_6 + Z_8 + Z_{10}} = \frac{125\Omega \cdot j25\Omega}{-j100\Omega + j25\Omega + 125\Omega} = \frac{j3125\Omega \cdot \Omega}{-j75\Omega + 125\Omega} = (-11 + j18.4)\Omega$$

У колу имамо импедансе  $Z_G$  и  $Z_7$  на ред и импедансе  $Z_F$  и  $Z_9$  а њихова еквивелантна импеданса је  $Z_{GFE}$ :

$$Z_{W1} = Z_G + Z_7 = (44.1 - j473.5)\Omega$$

$$Z_{W2} = Z_f + Z_9 = (-11 - j81.6)\Omega$$

$$Z_{GFE} = \frac{Z_{W1} \cdot Z_{W2}}{Z_{W1} + Z_{W2}} = \frac{-39123 + j1610}{33 + j555} = (-1.3 + j70)\Omega$$

Укупна импеданса на десној страни је збир  $Z_H$  и  $Z_{GFE}$ , и њих треба сабрати са  $Z_{11R}$  и са  $Z_{AD'}$  би се добила укупна импеданса:

$$Z = Z_H + Z_{GFE} + Z_{11R} + Z_{AD'} = (163.4 + j345.2)\Omega$$

2. Ефективна вредност напона:

$$U = 10V$$

Еквивалентан кондуктанса гране са првим и другим пријемником:

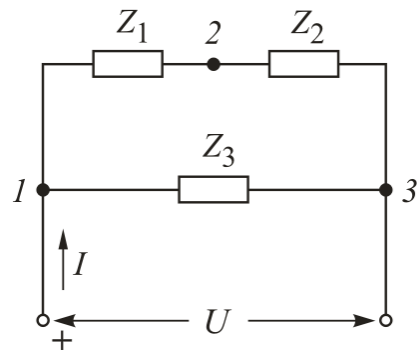
$$G_{12} = \frac{P_{12}}{U^2} = 40mS$$

Укупна адмитанса паралелне везе износи:

$$Y_{ekv} = \frac{I}{U} = 100mS$$

Из релације

$$Y_{ekv} = |G_{12} + jB_{12} + \underline{Y}_3|$$



добиамо два решења:

$$B'_{12} = 130 \text{ mS}$$

$$B''_{12} = -30 \text{ mS}$$

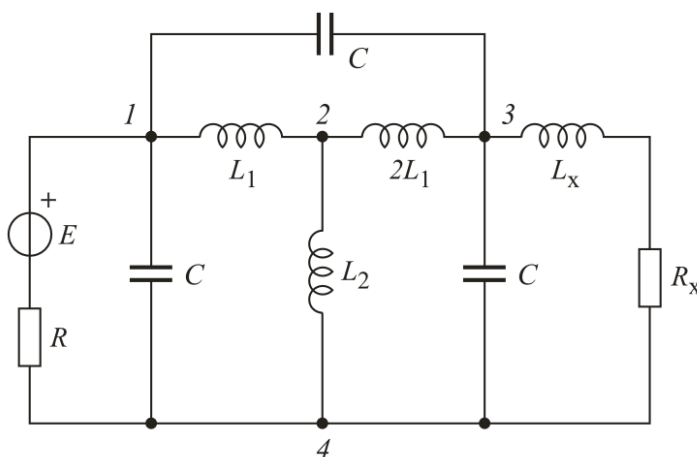
Како струја  $I_{32}$  предњачи напону  $U$  грана са првим и другим пријемником је претежно индуктивна односно  $B_{12} < 0$ , У обзир долази само друго решење.

Тражена комплексна импеданса износи:

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{G_{12} + jB_{12}} - \underline{Z}_2 = 10(1 + j2)\Omega$$

3. По услову задатка потребно је извршити прилагођење пријемника генератору, односно еквивалентном генератору који представља читаву мрежу на коју је пријемник повезан. Комплексна импеданса пријемника је:

$$\underline{Z}_x = R_x + j\omega L_x.$$



Прилагођење пријемника генератору подразумева:

$\underline{Z}_x = \underline{Z}_g$  где је  $\underline{Z}_g$  унутрашња импеданса генератора. Звезда коју чине калемови  $L_1$ ,

$L_2$  претворити у троугао при чему је

$$L_3 = 2L_1 + \frac{L_1^2}{L_2} = 300 \mu\text{H}$$

$$L_4 = L_1 + 2L_2 = 100 \mu\text{H}$$

Калем индуктивности  $L_4$  налазе се између тачака 1 и 4 и између тачака 3 и 4.

Калем индуктивности  $L_3$  налази се између тачака 1 и 3.

Комплексна адмитанса коју чини паралелна веза кондензатора капацитивности  $C$  и калема индуктивности  $L_4$  (између тачака 1 и 4) износи:

$$\underline{Y}_0 = j(\omega C - \frac{1}{\omega L_4}) = 0 \text{ што представља отворену везу.}$$

Дакле, електрично коло се знатно упрошћава и може се посматрати као просто коло које чине пријемник и реалан напонски генератор комплексне електромоторне силе  $\underline{E}$  и унутрашње комплексне импедансе

$$\underline{Z}_g = R - j \frac{\omega L_3}{\omega^2 L_3 C} = (100 - j1500)\Omega$$

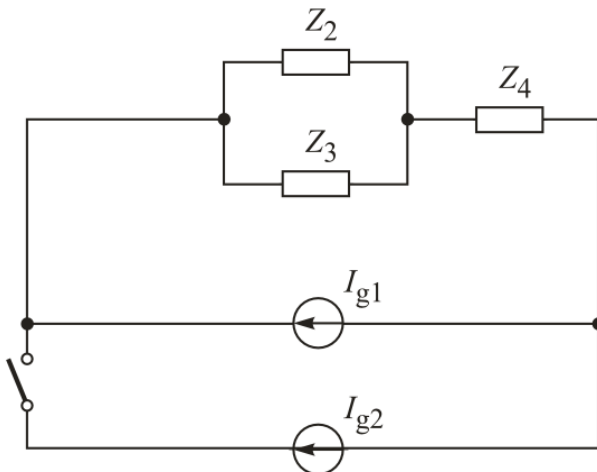
По услови задатка решење је

$$R_x = 100\Omega$$

$$L_x = 150\mu H$$

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4R_x} = 2.5nW$$

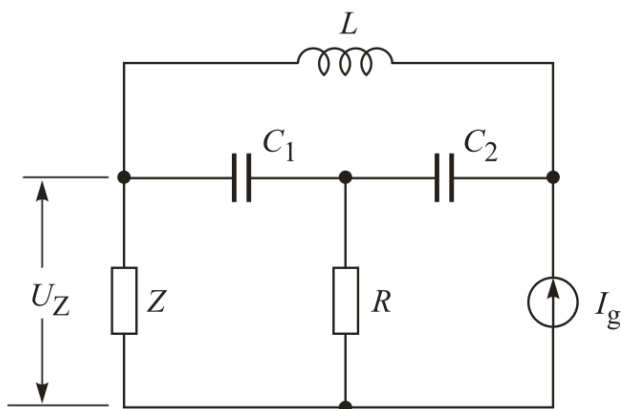
4. У задатку се тражи само фазна разлика извора  $I_{g1}$  и  $I_{g2}$ , а њу можемо одредити и само на основу услова да ће активна снага еквивалентног пријемника пасти 2 пута по затварању прекидача и чињенице да прекидач у коло уводи  $I_{g2}$  у паралели са  $I_{g1}$  тако да ова два извора по затварању прекидача делују као један. По затварању прекидача импеданса еквивалентног пријемника остаје иста као пре затварања прекидача – и њен реални и њен имагинарни део остају непромењени. Активна снага је у првом случају једнака производу реалног дела импедансе еквивалентног пријемника и квадрата струје  $I_{g1}$ , а у другом је једнака производу истог реалног дела импедансе еквивалентног пријемника и квадрата заједничке струје  $I_{g1}$  и  $I_{g2}$ . Значи да би активна снага пала два пута, квадрат струја пре затварања прекидача треба да буде 2 пута већи него квадрат струје која протиче кроз еквивалентни пријемник после затварања прекидача. То је могуће ако је  $I_{g2}$  у противфази са  $I_{g1}$ , и ако је  $I_{g1}=40mA$  онда  $I_{g2}=11.63mA$  јер је тада струја  $I_{g1} - I_{g2} = \frac{40mA}{\sqrt{2}} = 28.37mA$ .



Дакле, тражена фазна разлика је  $\pi rad$ .

5. а) Претпоставимо да је почетна фаза струје струјног генератора једнака нули.

$$\underline{I}_g = I_g$$



По теореме компензације, пријемник импедансе  $Z$  можемо заменити идеалним напонским генератором чија је електромоторна сила једнака напону  $U_Z$ .

$$\underline{E} = \underline{U}_Z = U_Z e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j100V$$

Коло се најједноставније може решити методом контурних струја, при чему прву контуру чине  $L, C_1, C_2$  другу контуру чине  $E, C_1, R$  а трећу контуру чине  $I_g, R, C_2$ .

Једначине гласе:

$$(j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2})\underline{I}_I - \frac{1}{j\omega C_1}\underline{I}_{II} + \frac{1}{j\omega C_2}\underline{I}_{III} = 0$$

$$-\frac{1}{j\omega C_1}\underline{I}_I + (R + \frac{1}{j\omega C_1})\underline{I}_{II} + R\underline{I}_{III} = \underline{E}$$

$$\underline{I}_{III} = \underline{I}_g$$

Ефективна вредност прве контурне струје износи

$$I_I = \sqrt{\frac{Q_L}{\omega L}} = \sqrt{10}A$$

Решавањем система једначина добијамо  $I_g = 1A$

б) Комплексни напон идеалног струјног генератора је

$$\underline{U}_{I_g} = \underline{E} - j\omega L \underline{I}_I = (900 - j400)V$$

$$\underline{I}_I = (1 + j3)A$$

Тражена комплексна привидна снага је

$$\underline{S}_{I_g} = \underline{U}_{I_g} \underline{I}_{I_g}^* = (900 - j400)VA$$

**Пето регионално такмичење (решења)  
Мај 1998.**

1. Тачан одговор је под б)

$$\omega = 2\pi f = 628 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{1}{f} = 10 \text{ ns}$$

2. Тачан одговор је под г)

3. Тачан одговор је под г)

Фреквенција једносмерне струје је нула па је и индуктивна отпорност калема једнака нули.

$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

4. Тачан одговор је под а)

Напон на отпорнику је:

$$u(t) = I_m R \sin 314t \text{ V} = 440\sqrt{2} \sin 314t \text{ V}$$

а његова тренутна вредност у тренутку  $t = \frac{T}{3}$ :

$$u\left(\frac{T}{3}\right) = 440\sqrt{2} \sin\left(\frac{2\pi T}{T} \frac{T}{3}\right) = 220\sqrt{6} \text{ V}$$

5. Тачан одговор је под в)

$$I = \frac{U}{X_C} = U\omega C = 1 \text{ A}$$

6. Тачан одговор је под а)

Ефективна вредност струје пре промене:

$$I = U\omega C$$

Ефективна вредност струје после промене:

$$I_1 = U\omega C_1$$

$$I_1 = 2I \Rightarrow C_1 = 2C$$

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

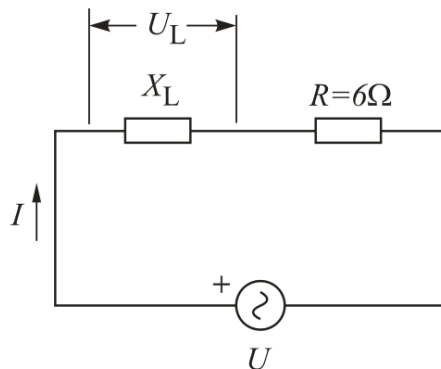
$$d_1 = \frac{d}{2} = 1 \text{ mm}$$

7. Тачан одговор је под а)

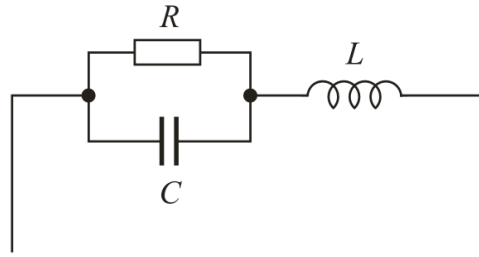
$$X_L = \frac{U_L}{I} = 8 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 10 \Omega$$

$$U = IZ = 50 \text{ V}$$



8. Тачан одговор је под г)



$$e(t) = -\frac{220}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - 60^\circ + 90^\circ) = -\frac{220}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = -110e^{j30^\circ} = 110e^{-j150^\circ}$$

9. Тачан одговор је под б)

$$\underline{Z}_E = \frac{R \cdot \underline{Z}_C}{R + \underline{Z}_C} + \underline{Z}_L = (5 + j5)\Omega$$

10. Тачан одговор је под в)

Напон на калему предњачи у односу на струју кроз калем за угао  $\frac{\pi}{2}$ , а фазна разлика између напона на калему и емс самоиндукције је  $\pi$ .

$$\theta_u = -60^\circ + 90^\circ = 30^\circ$$

$$\theta_{ems} = 30^\circ - 180^\circ = -150^\circ$$

11. Тачан одговор је под а)

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = G - jB$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = 0,02S$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = 0,04S$$

12. Тачан одговор је под б)

$$\theta = 17^\circ$$

$$\psi = -28^\circ$$

$$\varphi = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = 1 = \frac{X}{R} \Rightarrow X = R$$

13. Тачан одговор је под в)

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = (1600 + j1200) \text{VA}$$

$$P = 1600 \text{W} \quad Q = 1200 \text{Var} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2000 \text{VA}$$

14. Тачан одговор је под б)

Ефективна вредност струје:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = 10\sqrt{2} \text{A}$$

Почетна фаза:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{I_C - I_L}{I_R} = -45^\circ$$

Аналитички облик резултантне струје:

$$i(t) = 20 \sin(314t - 45^\circ) \text{A}$$

15. Тачан одговор је под в)

$$\operatorname{tg} \varphi = 1 = \frac{X_L - X_C}{R} \Rightarrow X_L - X_C = R$$

$$X_L = 16 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 10\sqrt{2} \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = 4\sqrt{5} \text{A}$$

16. Тачан одговор је под б)

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{ctg} \varphi = \frac{3}{4} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{4}{3} = \frac{X_E}{R_E}$$

Са  $X_E$  обележили смо укупну реактивну отпорност кола а са  $R_E$  укупну активну отпорност кола.

$$\underline{Z}_E = R_E + jX_E = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L}$$

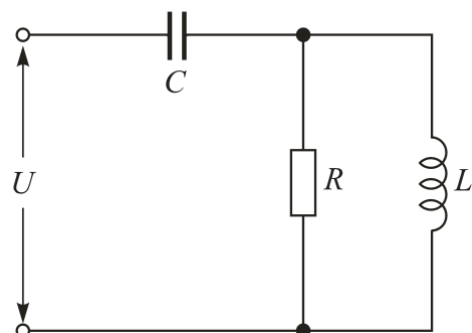
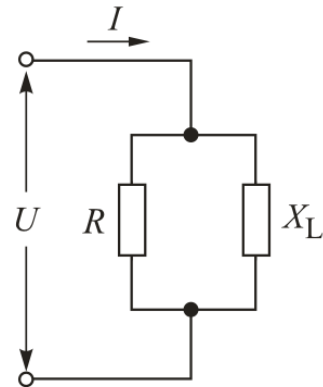
Из претходних израза добија се

$$\frac{R}{X_L} = \frac{4}{3}$$

17. Тачан одговор је под б)

Да би коло било у резонанцији:

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}_E\} = 0$$



$$\underline{Z}_E = -jX_C + \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L}$$

Тражени услов своди се на

$$5 - X_C = 0$$

па је резултат:

$$C = 0.2mF$$

18. Тачни одговори су под а) и б).

Резонантна учестаност се рачуна као:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5000 \frac{rad}{s}$$

а из услова задатка добијамо:

$$I = \frac{I_r}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{U}{Z} = \frac{U}{R\sqrt{5}} \Rightarrow Z = R\sqrt{5}$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

С обзиром да није познат карактер кола после промене фреквенције, односно не знамо да ли се фреквенције повећала или смањила, имамо две могућности:

$$X_L - X_C = 20\Omega \quad (1) \quad X_L - X_C = -20\Omega \quad (2)$$

✓ Решавањем прве једначине (ово је квадратна једначина) по  $\omega$  добијамо:

$$\omega_1 = -2062.5 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_2 = 12062.5 \frac{rad}{s}$$

Друго решење одговара природи тражене физичке величине па је  $\frac{\omega}{\omega_r} = 2.41$

✓ Решавањем друге једначине по  $\omega$  добијамо:

$$\omega_1 = -12062.5 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_2 = 2062.5 \frac{rad}{s}$$

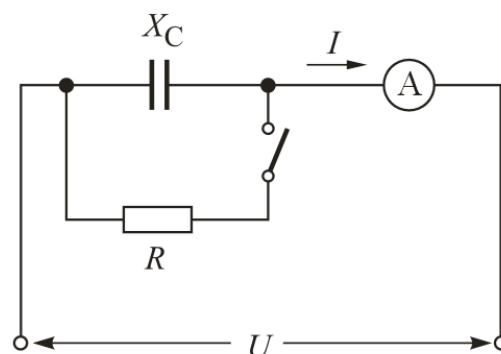
Друго решење такође одговара природи тражене физичке величине па је  $\frac{\omega}{\omega_r} = 0.41$

19. Тачан одговор је под г)

Када је прекидач отворен:

$$I = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{R} \quad (1)$$

Када је прекидач затворен:



$$I_1 = \frac{U}{Z_E}$$

$$\underline{Z}_E = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{R}{2}(1 - j)\Omega$$

$$Z = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$I_1 = \frac{2U}{R\sqrt{2}} \quad (2)$$

Из израза (1) и (2) следи :

$$I_1 = I\sqrt{2}$$

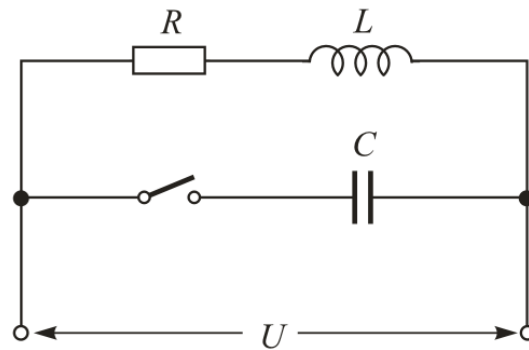
20. Тачан одговор је под а)

Када је прекидач отворен:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{95}{6}\Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$R = \frac{95\sqrt{3}}{12}\Omega \quad X_L = \frac{95}{12}\Omega$$



Када је прекидач затворен:

$$\underline{Z}_E = \frac{(R + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C}$$

Да би био испуњен услов задатка  $\cos\varphi_2 = 1$  мора важити  $\text{Im}\{\underline{Z}_E\} = 0$  па имамо:

$$X_C(R^2 + X_L^2 - X_L X_C) = 0$$

Решавање горње квадратне једначине даје два решења:

$$X_C^{(1)} = 0 \quad X_C^{(2)} = \frac{95}{3}\Omega$$

Први резултат не одговара природи електричног кола у задатку па је коначно решење:

$$X_C = \frac{95}{3}\Omega_c$$

$$C = 100\mu F$$

**Шесто регионално такмичење (решења)**  
**Мај 2000.**

1. Тачан одговор је под в)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{1}{2\pi f_2 C}}{\frac{1}{2\pi f_1 C}} = 10$$

2. Тачан одговор је под а)

$$\frac{I_{1m}}{I_{2m}} = \frac{\frac{U_m}{X_{C1}}}{\frac{U_m}{X_{C2}}} = \frac{f_1}{f_2} = 10$$

3. Тачан одговор је под а)

$$e(t) = E \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = E$$

$$\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \omega t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{3\pi}{4\omega} = \frac{3}{8f} = 7.5ms$$

4. Тачан одговор је под г)

Напон на крајевима непознатог елемента (или елемената) предњачи у односу на струју за угао:

$$\varphi = \theta - \psi = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

Дакле, непознати елемент је калем.

5. Тачан одговор је под б)

6. Тачан одговор је под г)

$$\underline{I} = \frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} e^{-j120} = 5e^{-j120}$$

7. Тачни одговори су под в), а) и а).

$$i(t) = 30 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\varphi = \theta - \psi = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

$$P = UI \cos \varphi = 0W$$

$$Q = UI \sin \varphi = -3300\sqrt{2}Var$$

$$S = UI = 3300\sqrt{2}VA$$

8. Тачни одговори су под в) и а).

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\underline{Y}_1} = (10 - j\frac{10}{3})\Omega$$

$$R_1 = 10\Omega \quad Z_1 = \frac{10\sqrt{10}}{3}\Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = 30A$$

9. Тачан одговор је под а)

$$\frac{U_L}{U_R} = \frac{I\omega L}{IR} \Rightarrow L = \frac{RU_L}{\omega U_R} = 40\mu H$$

10. Тачан одговор је под в)

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$$

Из горњих израза се може извести:

$$R = \sqrt{-\frac{X}{B} - X^2} = 300\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 100\sqrt{10}\Omega$$

11. Тачан одговор је под в)

$$X = R \Rightarrow \varphi = \arctan \frac{X}{R} = 45^\circ$$

$$\psi = \theta - \varphi = -15^\circ$$

$$i(t) = 14\sqrt{2} \sin(\omega t - 15^\circ)A$$

12. Тачни одговори су под а) и б).

$$\underline{Z} = j(X_L - X_C) = j2X_C$$

$$Z = 2X_C \quad (1)$$

$$Z = \frac{U}{I} = 50\Omega \quad (2)$$

Изједначавањем израза (1) и (2) добијамо:

$$X_C = 25\Omega$$

$$X_L = 75\Omega$$

$$U_L = IX_L = 150V$$

$$U_C = IX_C = 50V$$

13. Тачан одговор је под б)

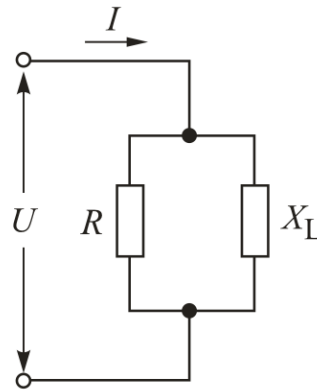
$$\frac{P}{Q} = \frac{UI \cos \varphi}{UI \sin \varphi} = \operatorname{ctg} \varphi = \frac{3}{4}$$

$$\underline{Z}_E = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L}$$

$$R_E = \operatorname{Re}\{\underline{Z}_E\} = \frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2}$$

$$X_E = \operatorname{Im}\{\underline{Z}_E\} = \frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_E}{R_E} = \frac{4}{3}$$



14. Тачан одговор је под а).

Како амперметар показује ефективну вредност струје, имаћемо

- када је прекидач отворен:

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

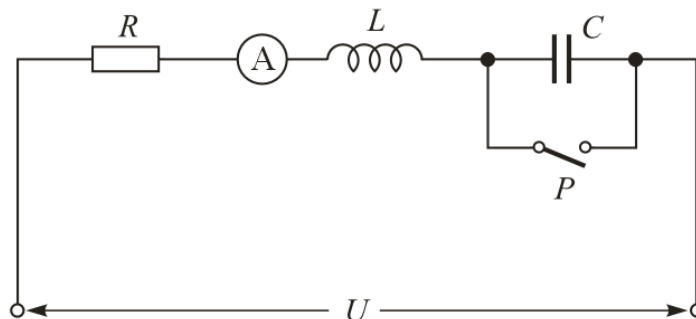
- а када је прекидач затворен:

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

По услову задатка:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow X_C = 2X_L$$

$$X_C = 12\Omega$$



15. Тачан одговор је под а).

$$\varphi = \theta - \psi = 60^\circ$$

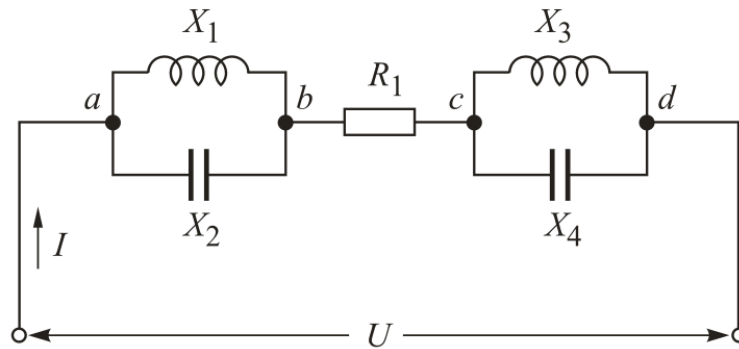
$$Z = \frac{U}{I} = 4\Omega$$

$$R = Z \cos \varphi = 2\Omega$$

$$X = Z \sin \varphi = 2\sqrt{3}\Omega$$

$$\underline{Z} = (2 + j2\sqrt{3})\Omega$$

16. Тачан одговор је  
под в).



Укупну импедансу  
кола између тачака А и D одредићемо као:

$$\underline{Z}_E = \frac{jX_1(-jX_2)}{j(X_1 - X_2)} + R_1 + \frac{jX_3(-jX_4)}{j(X_3 - X_4)}$$

Да би струја  $i$  и напон  $u$  били у фази мора важити  $\text{Im}\{\underline{Z}_E\} = 0$

Па добијамо:

$$X_4 = 20\Omega$$

**Седмо регионално такмичење (решења)**  
**Мај 2001.**

1. Тачан одговор је под а).
2. Тачан одговор је под б).
3. Тачни одговори су под а) и г).
4. Тачан одговор је под г).
5. Тачан одговор је под б).

Фазна разлика између напона на крајевима калема и емс самоиндукције износи  $\pi$ .

6. Тачан одговор је под б).

Амперметар показује ефективну вредност струје, па је:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{70}{\sqrt{2}} \Omega = 35\sqrt{2}\Omega$$

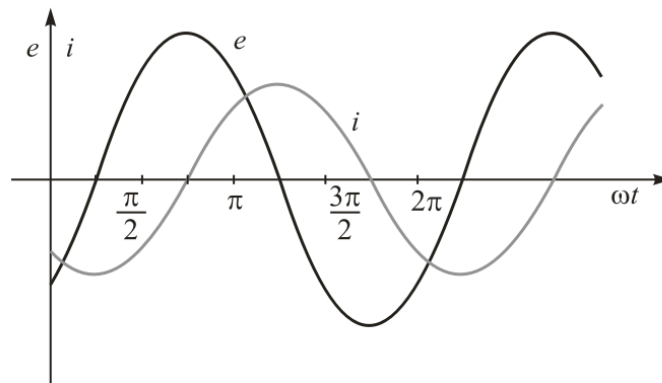
7. Тачан одговор је под б).

Из услова задатка добијамо:

$$i(t) = I_{\max} = I_m \Rightarrow \omega t - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 12.5ms$$

8. Тачан одговор је под б).

Емс самоиндукције предњачи у односу на струју за  $\frac{\pi}{2}$ , па закључујемо да је реч о простом електричном колу са кондензатором. Објашњење одговора се најбоље може приказати на временском дијаграму емс самоиндукције и струје.



9. Тачан одговор је под в).

Ефективна вредност напона  $U$  на крајевима редне везе:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Решавањем ове квадратне једначине по  $(U_L - U_C)$  добијамо:

$$(U_L - U_C)_1 = 40V \quad (U_L - U_C)_2 = -40V$$

Коло је индуктивног карактера па је  $(U_L > U_C)$

Прво решење квадратне једначине одговара овом услову па добијамо:

$$U_L = 60V$$

10. Тачан одговор је под б).

✓ Када је фреквенција једнака  $f = 50\text{Hz}$  :

$$Z = R^2 + X_L^2 \Rightarrow X_L = 3\Omega$$

✓ Када је фреквенција једнака  $f = 200\text{Hz}$ , односно када се четири пута повећа и индуктивна отпорност се повећава четири пута:

$$X_{L1} = 12\Omega$$

$$Z_1 = 4\sqrt{10}\Omega$$

11. Тачан одговор је под в).

Комплексна импеданса кола је:

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = 4e^{j60^\circ} = 4(\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) = (2 + j2\sqrt{3})\Omega$$

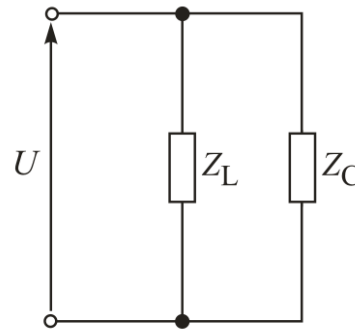
Како је  $\text{Im}\{\underline{Z}\} > 0$  коло има индуктивни карактер.

12. Тачан одговор је под в).

Потпуна компензација снаге подразумева  $\cos \varphi = 1$  односно  $B_L = B_C$

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2} = \frac{X_C}{Z^2} = B_C = \frac{1}{X_C}, Z = 4\sqrt{10}\Omega$$

$$X_C = \frac{40}{3}\Omega$$



13. Тачан одговор је под в).

Укупна импеданса

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 25\Omega$$

Струја која протиче кроз коло

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = (2\sqrt{2} + j2\sqrt{2})A$$

Комплексна снага

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = (400 + j0)VA$$

Активна снага

$$P = \text{Re}\{\underline{S}\} = 400W$$

Реактивна снага

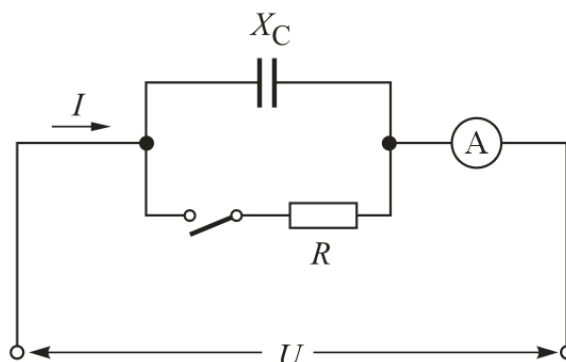
$$Q = \text{Im}\{\underline{S}\} = 0VAr$$

Привидна снага

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 400VA$$

14. Тачан одговор је под в).

Прекидач отворен и амперметар показује струју



I.

$$\underline{Z} = -jX_C$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{R}$$

Прекидач затворен и амперметар показује струју  $I_1$

$$\underline{Z}_1 = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{R}{2} - j\frac{R}{2}$$

$$Z_1 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{R}\sqrt{2} = I\sqrt{2}$$

15. Тачан одговор је под б).

$$W_{\max} = \frac{1}{2} LI_m^2 = LI^2 = L\left(\frac{U}{X_L}\right)^2 = \frac{LU^2}{(2\pi f)^2 L} = \frac{40}{\pi^2} J$$

16. Укупна комплексна снага :

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{U} \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2)^*$$

Прво морамо одредити струје  $\underline{I}_1$  (струја кроз кондензатор) и  $\underline{I}_2$  (струја кроз отпорник и калем):

$$\underline{Y}_1 = j\omega C = j25mS$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{R + j\omega L} = (16 - j12)mS$$

$$\underline{I}_1 = \underline{U} \cdot \underline{Y}_1 = (2.5 + j2.5)A$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U} \cdot \underline{Y}_2 = (2.8 + j0.4)A$$

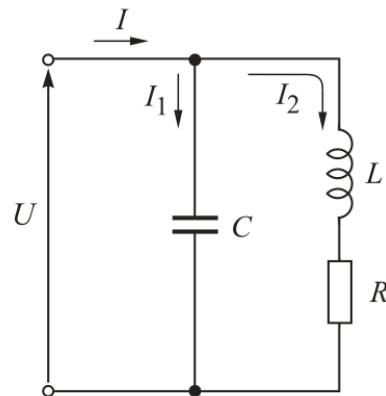
$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (0.3 + j2.9)A$$

Комплексна снага:

$$\underline{S} = (320 - j260)VA$$

Активна снага:

$$P = 320W$$



**Осмо регионално такмичење (решења)**  
**Мај 2002.**

1. Тачан одговор је под б).

Тренутну вредност неке простоприодичне величине одређујемо као пројекцију обртног вектора којим је представљена на у осу.

2. Тачан одговор је под б).  
 3. Тачан одговор је под в).  
 4. Тачни одговори су под б).

$$X_m = 141$$

$$\varphi = 314t$$

(није потребно одредити почетну фазу, већ укупну фазу)

5. Тачан одговор је под в).  
 6. Тачан одговор је под а).

Кружна учестаност (кружна фреквенција):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 6.28 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Фреквенција

$$f = \frac{1}{T} = 100 \text{MHz}$$

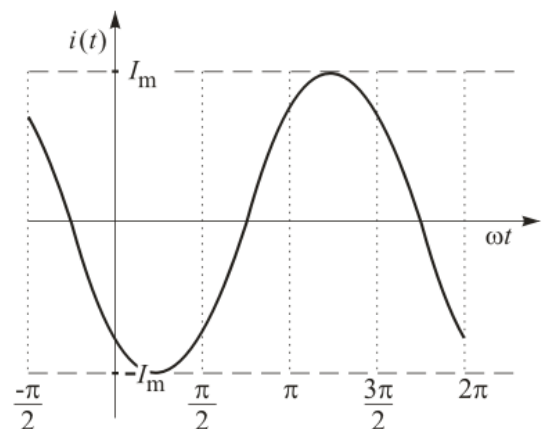
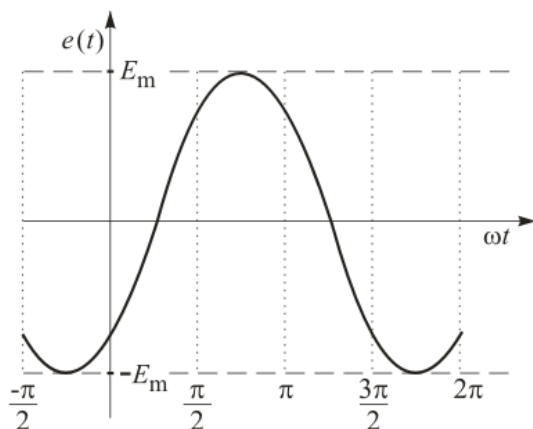
7. Тачан одговор је под б)

$$W = W_{\max} = \frac{1}{2} LI_m^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(2\pi f)^2 C} = \frac{125}{\pi^2} \text{pJ}$$

јер је  $L = \frac{1}{\omega^2 C}$  на резонантној учестаности.

8. Тачан одговор је под б)

Емс самоиндукције предњачи у односу на струју за  $\frac{\pi}{2}$  па закључујемо да је реч о простом електричном колу са кондензатором. Објашњење одговора се најбоље може приказати на временском дијаграму емс самоиндукције и струје.

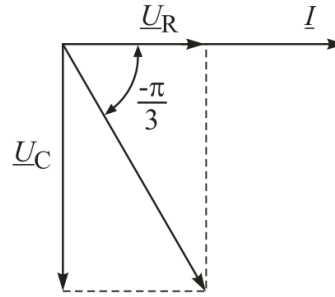


9. Тачан одговор је под г)

Ако са  $\psi$  обележимо почетну фазу струје а са  $\theta$  почетну фазу напона, фазна разлика је

$$\varphi = \theta - \psi = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$$

Како важи  $\varphi \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$  реч је о редном RC

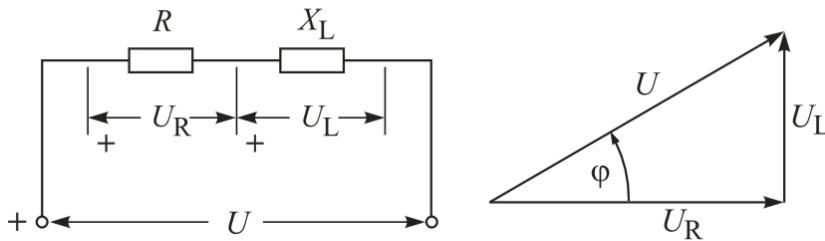


колу.

10. Тачан одговор је под г) и б).

Из троугла напона имамо:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ \quad \cos \varphi = \frac{1}{2}$$



Ефективну вредност укупног напона одредићемо на следећи начин:

$$U^2 = U_L^2 + U_R^2 = 2U_R^2$$

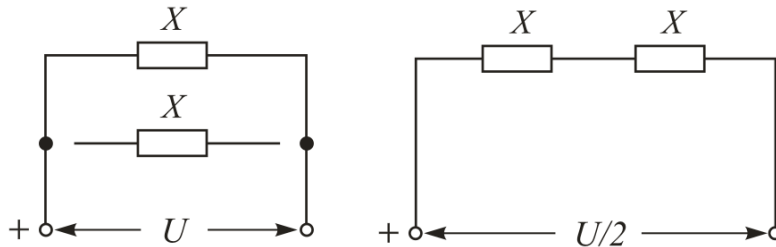
11. Тачан одговор је под г)

Када су калемови везани паралелно:

$$Q_1 = \frac{U^2}{X_E} = \frac{U^2}{\frac{X}{2}} = \frac{2U^2}{X}$$

Када су калемови везани редно:

$$Q_2 = \frac{(\frac{U}{2})^2}{X_E} = \frac{(\frac{U}{2})^2}{2X} = \frac{U^2}{8X}$$

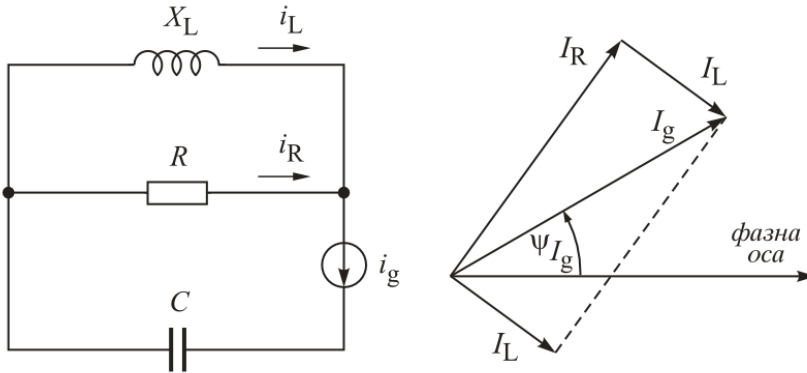


12. Тачан одговор је под в)

$$\psi(I_R) = 60^\circ$$

Почетна фаза струје кроз калем је  $-30^\circ$ , јер струја кроз калем касни у односу на напон на крајевима калема за  $90^\circ$ , а почетна фаза напона на крајевима сва три елемента једнака је почетној фази струје кроз отпорник.

На векторском дијаграму се види да одређивањем угла  $\alpha$  (фазна разлика између струје кроз отпорник и струје  $I_g$ ) можемо одредити тражену почетну фазу струје струјног генератора.



$$\alpha = \arctg \frac{I_L}{I_R} = \arctg \frac{R}{X_L} = 30^\circ$$

$$\psi(I_g) = \psi(I_R) - \alpha = 30^\circ$$

13. Тачан одговор је под в)

$$\underline{Y}_E = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = (0.6 + j0.2) mS$$

14. Тачан одговор је под б)

$$W_{\max} = \frac{1}{2} LI_m^2 \quad \text{енергија при резонанцији}$$

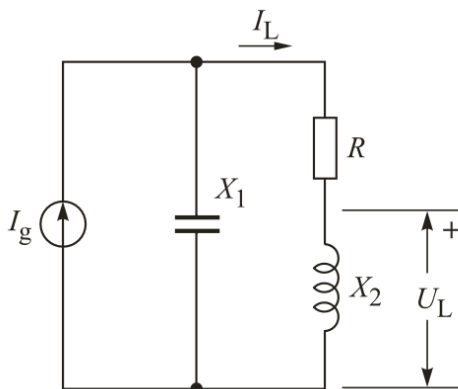
$$W_1 = \frac{1}{2} LI_1^2 \quad \text{у тренутку } t_1$$

Уз услов задатка да је  $W_1 = \frac{3}{4} W_{\max}$  имамо:

$$\frac{3}{4} \left( \frac{1}{2} LI_m^2 \right) = \frac{1}{2} LI_1^2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m$$

15. Тачан одговор је под б)

$$\psi(I_L) - \psi(I_g) = -\frac{\pi}{2}$$



$$\underline{I}_L = \frac{jX_1}{R + j(X_1 + X_2)} \underline{I}_g$$

$$X_1 + X_2 = 0$$

$$X_1 = -X_2 = -100\Omega$$

16. Тачан одговор је под а)

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = (10 + j20)\Omega$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_2 = (20 - j10)\Omega$$

$$\underline{Z}_E = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = (15 + j5)\Omega$$

$$\underline{U} = -100V$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E} = (-6 + j2)A$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = (600 + j200)VA$$

$$Q = 200VA_r$$

**Девето регионално такмичење (решења)  
Мај 2003.**

1. Тачан одговор је под в).
2. Тачан одговор је под а).
3. Тачан одговор је под б) и под г).
4. Тачан одговор је под а).
5. Тачан одговор је под в).
6. Тачан одговор је под б).
7. Тачан одговор је под б). Напон предњачи за  $\pi/2$ rad:

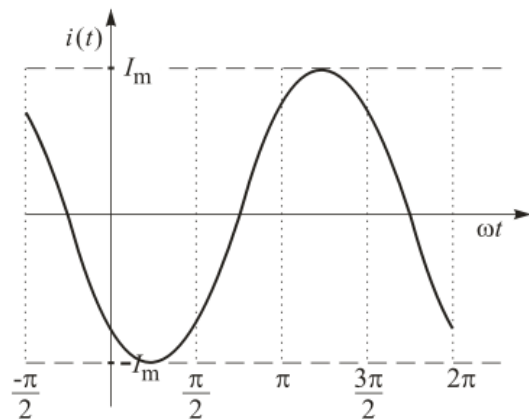
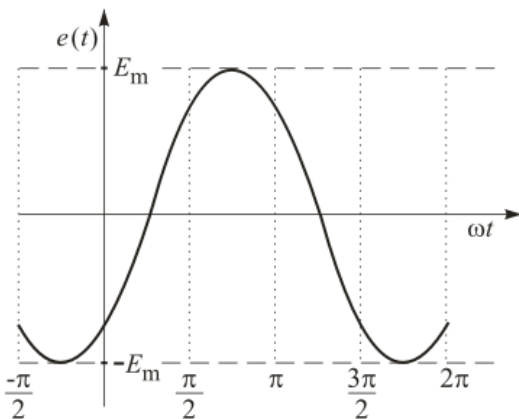
$$\varphi = \theta - \psi = \frac{\pi}{3} \text{ rad} - \frac{-\pi}{6} \text{ rad} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

8. Тачан одговор је под в).

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\psi = \theta - \varphi = 30^\circ - 30^\circ = 0^\circ$$

9. Тачан одговор је под б).



10. Први тренутак после тражимо из задатог услова:

$$U_m = \sqrt{2} \cdot u(t) = \sqrt{2} \cdot U_m \sin(\omega t)$$

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega t = 2\pi f t = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$100t = \frac{1}{4} \Rightarrow t = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

11. Ефективна вредност је:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \text{ V}$$

Тренутна вредност после задатог времена је:

$$e(t) = 100 \cdot \sin\left(20\pi \frac{1}{120}\right) = 100 \sin \frac{\pi}{6} = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50V$$

12. Из услова да је  $R = 3X_L$  имамо:

$$U_R = RI = 3X_L I = 3U_L$$

$$U_L = X_L I$$

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = (3X_L I)^2 + (X_L I)^2$$

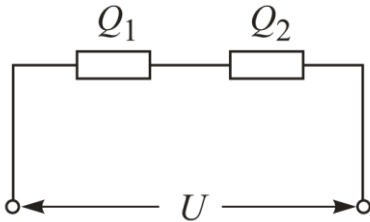
$$U^2 = 10U_L^2 \Rightarrow U_L = \frac{1}{\sqrt{10}} 100V$$

$$U_R = 3U_L = \frac{300}{\sqrt{10}} V$$

13. Тражимо реактивну снагу другог пријемника:

$$Q_e = -B_e U^2 = -0.015 \cdot (220V)^2 = -484VAr$$

$$Q_2 = Q_e - Q_1 = -684VAr$$



14. Тражимо еквивалентну импедансу кола:

$$Z_E = R_1 + \frac{(R_2 - jX_C) \cdot jX_L}{R_2 + j(X_L - X_C)} = R_1 + \frac{(jR_2 X_L + X_C X_L)(R_2 - j(X_L - X_C))}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2}$$

После сређивања претходног израза импеданса је:

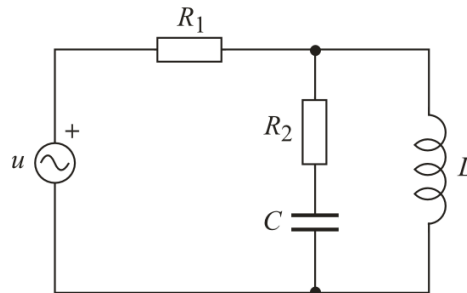
$$Z_E = R_1 + \frac{R_2 X_L^2 + j(R_2^2 X_C - X_L X_C (X_L - X_C))}{R_2^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Услов резонансе је да имагинарни део резонансе буде нула:  $\text{Im}(Z_E) = 0$

$$R_2^2 X_L = X_L X_C (X_L - X_C)$$

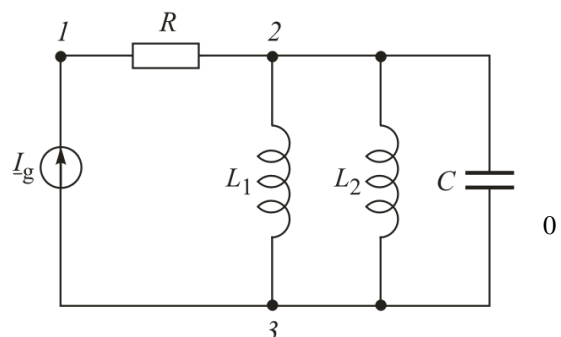
$$X_L = \frac{R_2^2}{X_C} + X_C = 4\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = 2mH$$



15. Комплексна привидна снага струјног генератора је:

$$\underline{S}_{I_g} = \underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_g^*$$



$$\underline{Z}_{23} = \frac{1}{-j\left(\frac{1}{\omega L_1} + \frac{1}{\omega L_2}\right) + j\omega C} = j10\Omega$$

$$\underline{Z}_{13} = R + \underline{Z}_{23} = (10 + j10)\Omega$$

$$\underline{U}_{13} = \underline{I}_g \cdot \underline{Z}_{13} = (1 - j1)(10 + j10)A = (20 + j20)VA$$

16. Пре промене:

$$\varphi = 60^\circ \Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{1}{2}$$

одакле добијамо  $\frac{L}{R} = \frac{\sqrt{3}}{\omega}$

После промене:

$$\varphi_1 = 60^\circ \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{R + \Delta R}{\sqrt{(R + \Delta R)^2 + \omega^2 (L + \Delta L)^2}} = \frac{1}{2}$$

одакле добијамо  $\frac{L + \Delta L}{R + \Delta R} = \frac{\sqrt{3}}{\omega} \Rightarrow \Delta L = \frac{L\Delta R}{R} = \frac{\sqrt{3}}{\omega} \Delta R$

**Десето регионално такмичење (решења)**  
**Мај 2004.**

1. Тачан одговор је под г).

Тренутну вредност неке простопериодичне величине одређујемо као пројекцију обртног вектора којим је представљена, на у осу.

2. Тачан одговор је под в)

$$u_1(t) = U_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_2(t) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Из горњих израза следи да напон  $u_2$  касни напоном  $u_1$  за  $\frac{\pi}{2}$ .

3. Тачан одговор је под б).

4. Тачни одговори су под а) и под г).

5. Тачан одговор је под б).

Када је редно RLC коло у резонанси важи  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  односно  $X_L = X_C$

На фреквенцији вишој од резонантне важиће  $X_L > X_C$  па је карактер кола индуктивни.

6. Тачан одговор је под а).

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t$$

7. Тачан одговор је под г).

$$e(t) = -\frac{220}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - 60^\circ) V = -\frac{220}{\sqrt{2}} \sin(\omega t - 60^\circ + 90^\circ) V = -\frac{220}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + 30^\circ) V$$

$$\underline{E} = -110e^{j30^\circ} V = 110e^{j(30^\circ - 180^\circ)} V = 110e^{-j150^\circ} V$$

8. Тачан одговор је под б).

$$U_m \sin \omega t = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \sin \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}, \omega t = \frac{\pi}{4}$$

$$2\pi f t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{8f} \Rightarrow t = 5ms$$

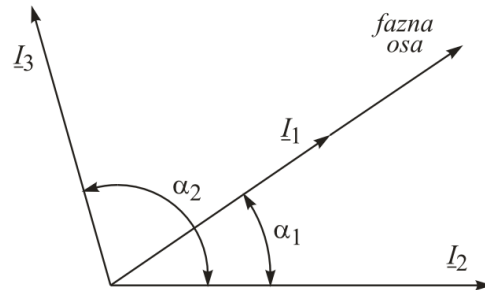
9. То су учестаности при којима је струја у колу  $\sqrt{2}$  пута мања од вредности при резонанцији или при којима је снага у колу једнака половини максималне снаге при резонанцији.

10. Помоћу временског дијаграма може се написати

$$i_1(t) = \sqrt{2}I_1 \sin wt$$

$$i_2(t) = \sqrt{2}I_2 \sin(wt - \alpha_1)$$

$$i_3(t) = \sqrt{2}I_3 \sin(wt + (\alpha_2 - \alpha_1))$$



11. Тражене привидна снага се одређује следећих израза:

из

$$\underline{S}_1 = 6\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4})VA = (6 + j6)VA$$

$$\underline{S}_2 = 3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - j\sin\frac{\pi}{4})VA = (3 - j3)VA$$

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = (9 + j3)VA$$

$$S = 3\sqrt{10}VA$$

12. Кружна фреквенција и периода:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

13. Еквивалентна импеданса

$$\underline{Z}_E = R_1 + \frac{(R_2 - jX_C) \cdot jX_L}{R_2 + j(X_L - X_C)}$$

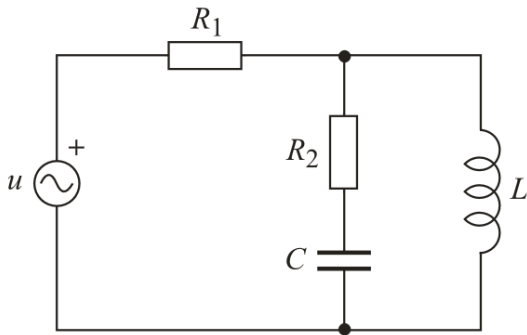
Услов који мора бити испуњен у резонанцији је  $\text{Im}\{\underline{Z}_E\} = 0$

Када се имагинарни део еквивалентне импедансе изједначи са нулом добија се следећи израз

$$R_2^2 X_L - X_L X_C (X_L - X_C) = 0$$

Решавањем једначине по  $X_L$  добија се

$$X_L = 4\Omega \Rightarrow L = 2mH$$



14. Међусобна индуктивност и међусобна импеданса:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 4\text{mH}$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M = j8\Omega$$

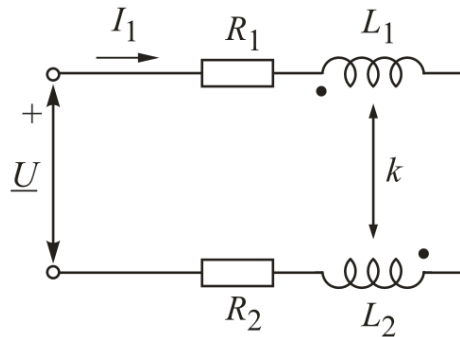
$$Z_M = 8\Omega$$

$$X_{L1} = 10\Omega$$

$$X_{L2} = 14\Omega$$

$$\underline{U} = R_1 \underline{I}_1 + jX_{L1} \underline{I}_1 + jZ_M \underline{I}_1 + jX_{L2} \underline{I}_1 + jZ_M \underline{I}_1 + R_2 \underline{I}_1$$

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}_1} = (40 + j40)\Omega$$



15. Када је прекидач отворен:

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_g \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{2}{3} \underline{I}_g \Rightarrow \underline{I}_g = j15\text{A}$$

Када се прекидач затвори:

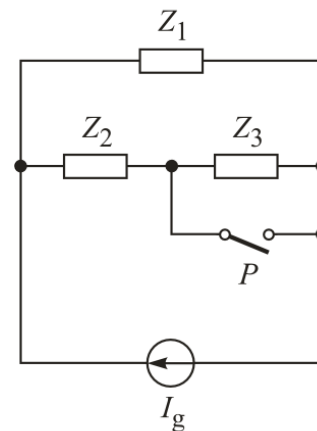
$$\underline{I}_2 = \underline{I}_g \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1}{2} \underline{I}_g$$

$$\underline{I}_2 = j7.5\text{A}$$

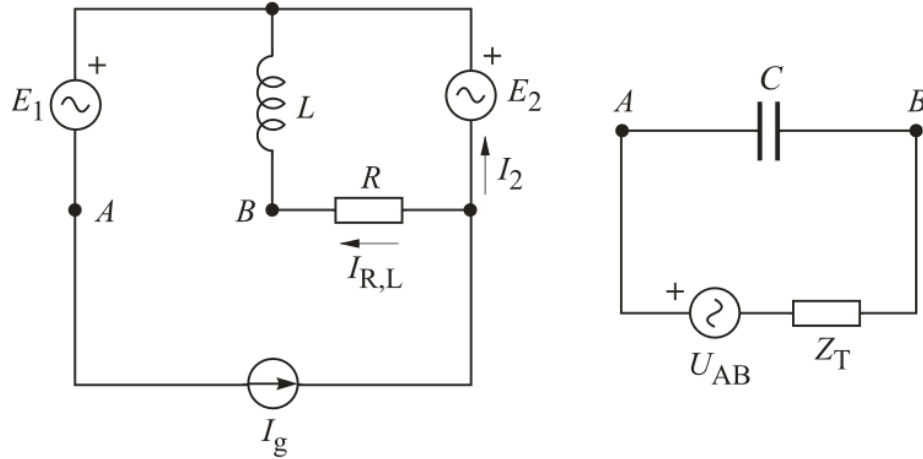
$$I_2 = 7.5\text{mA}$$

где је са  $I_2$  обележена струја кроз импедансу

$$\underline{Z}_2$$



16. Задатак се може решити применом Тевененове теореме.



$$\underline{I}_g = \underline{I}_2 + \underline{I}_{RL}$$

$$\underline{E}_2 = -\underline{I}_{RL}(R + jX_L) \Rightarrow \underline{I}_{RL} = (1 - j2)A$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{I}_{RL}R + \underline{E}_2 - \underline{E}_1 \Rightarrow \underline{U}_{AB} = -2V$$

$$\underline{Z}_T = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} \Rightarrow \underline{Z}_T = (1 + j1)\Omega$$

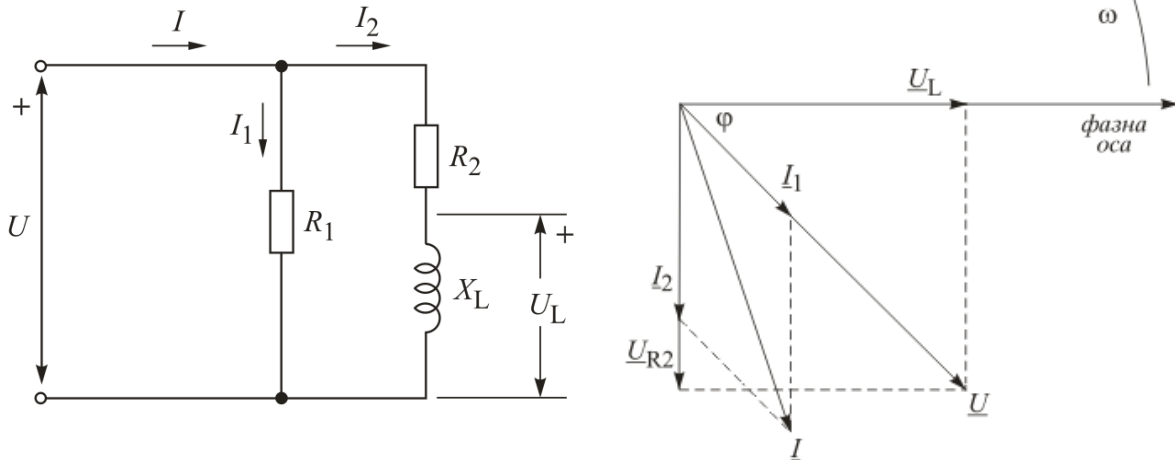
$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_T - jX_C} \Rightarrow \underline{I}_C = -2A$$

$$I_C = 2A$$

**РЕШЕЊА**  
**ЗАДАТАКА И**  
**ТЕСТОВА ЗНАЊА**  
**СА**  
**РЕПУБЛИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА**

**Прво републичко такмичење (решења)**  
**Јун 1994.**

1. Решавамо коло:



$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_L}{jX_L} = \frac{U_L}{jX_L} = -j2\text{A} \Rightarrow I_2 = 2\text{A}$$

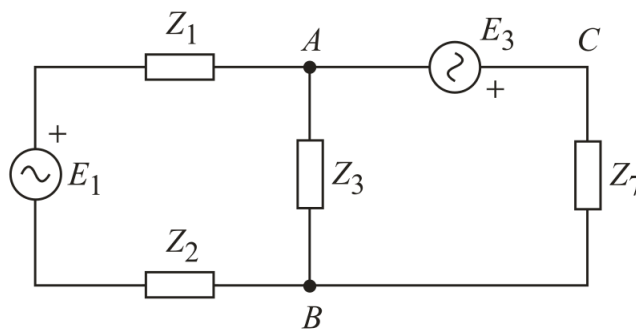
$$\underline{U} = \underline{U}_L + \underline{U}_{R2}$$

$$U = \frac{U_L}{\cos\varphi} = 10\sqrt{2}\text{ V}, \quad U_{R2} = U_L = 10\text{V}$$

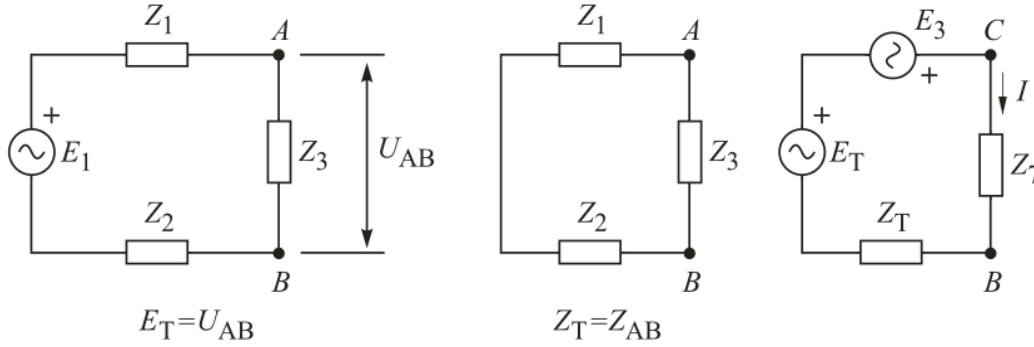
$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \sqrt{2}\text{ A}, \quad \underline{I} = \frac{U}{R_1} = \frac{Ue^{-j45^\circ}}{R_1} = (1-j)\text{A}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (1-j3)\text{A} \Rightarrow I = \sqrt{10}\text{ A}$$

2. Види се да је  $\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 = 0$ . Ове импедансе чине кратак спој па коло постаје:



Коло се даље решава применом Тевененове теореме:



$$\underline{E}_T = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \underline{Z}_3 = (6,66 - j8) \text{ V}$$

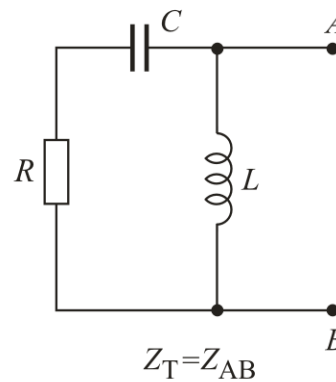
$$\underline{Z}_T = \frac{\underline{Z}_3(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (11,5 - j4) \text{ A}$$

$$\underline{U}_{CB} = \underline{Z}_7 \underline{I} = \underline{Z}_7 \frac{\underline{E}_T + \underline{E}_3}{\underline{Z}_T + \underline{Z}_7} = (4,8 - j2,24) \text{ V}$$

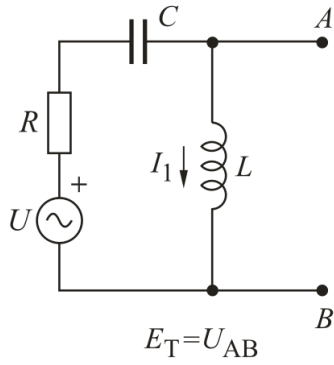
3.  $X_C = \frac{1}{\omega C} = 50 \Omega$

$X_L = L\omega = 100 \Omega$

$\underline{U} = 100(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4}) \text{ V} = (50\sqrt{2} + j50\sqrt{2}) \text{ V}$

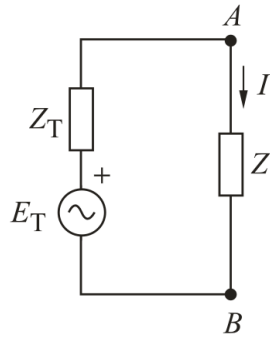


$$\underline{E}_T = jX_L \underline{I}_1 = jX_L \frac{\underline{U}}{R + j(X_L - X_C)} = j100\sqrt{2} \text{ V}$$



$$\underline{Z}_T = \frac{jX_L(R - jX_C)}{R + j(X_L - X_C)} = 100\Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_T}{\underline{Z}_T + \underline{Z}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\text{A}$$



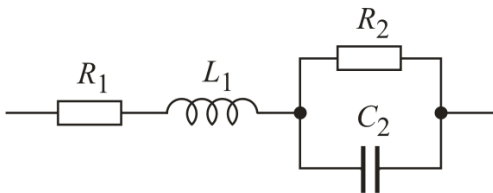
$$I = 1\text{A}, \quad \psi = \frac{\pi}{4}$$

$$i = \sqrt{2} \sin(10^5 t + \frac{\pi}{4})\text{A}$$

$$4. \quad \underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1, \quad \underline{Z}_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = R_1 + j\omega L_1 + \frac{R_2(1 - j\omega R_2 C_2)}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}$$

$$\text{Im}\{\underline{Z}\} = 0 \Rightarrow \omega L_1 - \frac{\omega R_2^2 C_2}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2} = 0$$

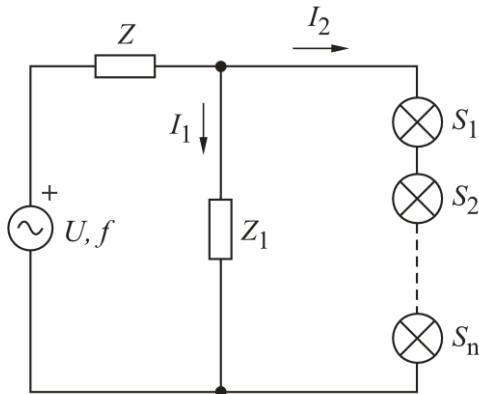


$$L_1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2 L_1 = R_2^2 C_2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{R_2^2 C_2 - L_1}{R_2^2 C_2^2 L_1} \Rightarrow \omega = \omega_r = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2} - \frac{1}{C_2^2 R_2^2}}$$

$$Z = R_1 + \frac{R_2}{1 + \omega_r^2 R_2^2 C_2^2} \Rightarrow Z = R_1 + \frac{L_1}{R_2 C_2}$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R_1 + \frac{L_1}{R_2 C_2}} = \frac{UR_2 C_2}{L_1 + R_1 R_2 C_2}$$

5. а) Решаваме коло:



$$\underline{U} = \underline{Z}(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + nR\underline{I}_2$$

$$nR\underline{I}_2 - \underline{Z}\underline{I}_1 = 0 \Rightarrow \underline{I}_1 = \frac{nR\underline{I}_2}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{U} = \underline{Z}\left(\frac{nR\underline{I}_2}{\underline{Z}_1} + \underline{I}_2\right) + nR\underline{I}_2 = \left(\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_1}nR + \underline{Z} + nR\right)\underline{I}_2$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_1}nR + \underline{Z} + nR} \Rightarrow \underline{I}_2 \neq f(n) \Rightarrow \frac{\underline{Z}}{\underline{Z}_1}nR + nR = 0 \Rightarrow \underline{Z} = -\underline{Z}_1$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}, \quad \underline{Z} - \text{калем}, \quad \underline{Z}_1 - \text{кондензатор}$$

б)  $P_S = 100\text{W}$

$$P_S = U_S I_2 \Rightarrow 100 = 100 I_2 \Rightarrow I_2 = 1\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z} \Rightarrow Z = X_L = \omega L = 100\Omega \Rightarrow L = 318\text{mH}$$

$$Z_1 = \frac{1}{\omega C} = 100\Omega \Rightarrow C = 31,8\mu\text{F}$$

**Друго републичко такмичење (решења)**  
**Јун 1995.**

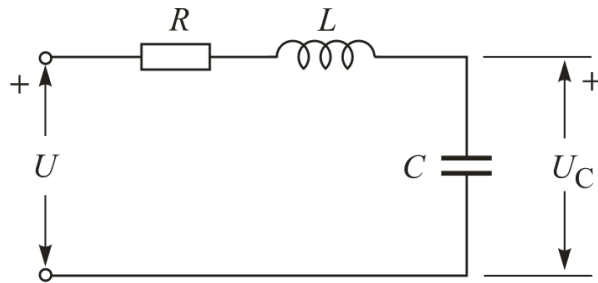
1. Фактор добротe:

$$Q = \frac{U_c}{U} = 50$$

Такође важи:

$$R = \frac{Z_c}{Q} = 50\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = 0.02A$$



Када се капацитивност кондензатора повећа за 60%

$$C' = C + \Delta C = 1,6C$$

$$X'_C = 1562.5\Omega$$

Фазна разлика између напона и струје пре промене:

$$\varphi = 0$$

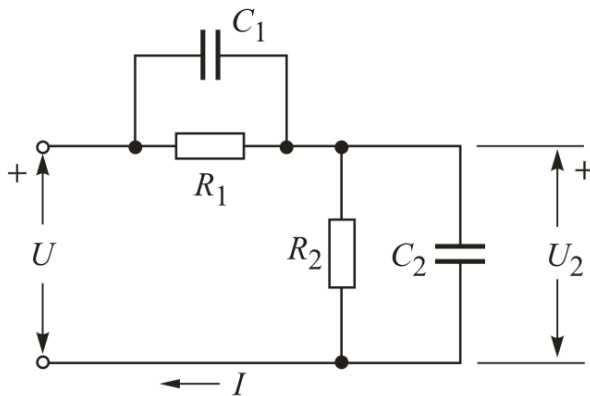
Фазна разлика између напона и струје после промене:

$$\varphi' = \arctg\left(\frac{X_L - X'_C}{R}\right) = 87^\circ$$

Промена фазне разлике:

$$\Delta\varphi = 87^\circ$$

2. Решавамо коло:



$$\underline{Z}_1 = R_1 \parallel C_1 = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (1)$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 \parallel C_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \quad (2)$$

$$\underline{U} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \underline{I}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}$$

$$\underline{U} = 5\underline{U}_2$$

$$\underline{Z}_1 = 4\underline{Z}_2 \quad (3)$$

Комбинујући изразе (1), (2) и (3) са условом задатка ( $R_1 + R_2 = 1M\Omega$ ) добијамо тражене величине:

$$R_1 = 800k\Omega$$

$$R_2 = 200k\Omega$$

$$C_1 = 2.5pF$$

3. Решавање задатка методом суперпозиције се може поделити на неколико корака:

- генератор једносмерног напона искључен из кола, генератор простопериодичног напона укључен:

$$X_C = 125\Omega$$

$$X_L = 200\Omega$$

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{R(R_g + jX_L)}{R + R_g + jX_L} = (125 + j125)\Omega$$

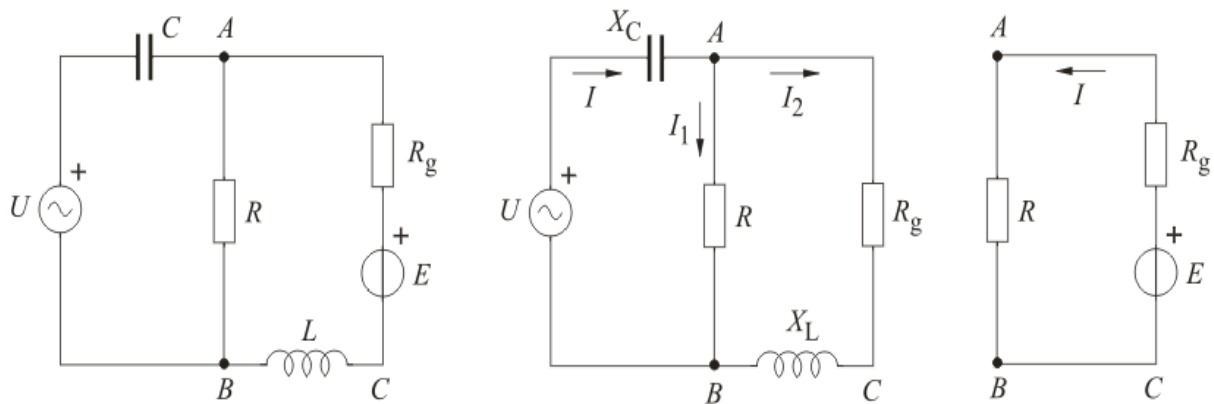
$$\underline{I}^{(1)} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{AB} - jX_C} = 0.08A$$

$$\underline{U}_{AB}^{(1)} = \underline{Z}_{AB} \underline{I}^{(1)} = (10 + j10)V$$

$$u_{AB}^{(1)} = 20 \sin(10^4 t + 45^\circ) V$$

$$\underline{U}_{BC}^{(1)} = -jX_L \frac{\underline{U}_{AB}^{(1)}}{R_g + jX_L} = (-4 - j12)V$$

$$u_{BC}^{(1)} = 8\sqrt{5} \sin(10^4 t + 251.56^\circ) V$$



- генератор једносмерног напона укључен у коло, генератор простопериодичног напона искључен:

(напомена: када се у колу налази само генератор једносмерног напона, калем се може представити помоћу кратког споја:  $w = 0 \Rightarrow X_L = 0\Omega$ )

$$I = \frac{E}{R_g + R}$$

$$U_{AB}^{(2)} = IR = 5V$$

$$U_{BC}^{(2)} = 0V$$

- Сада можемо одредити изразе за тражене напоне:

$$u_{AB} = u_{AB}^{(1)} + U_{AB}^{(2)}$$

$$u_{AB}(t) = [5 + 20\sin(10^4 t + 45^\circ)]V$$

$$u_{BC} = u_{BC}^{(1)} + U_{BC}^{(2)}$$

$$u_{BC}(t) = 8\sqrt{5}\sin(10^4 t + 251.56^\circ)V$$

- Вредности ових напона у тренутку  $t = 0$ :

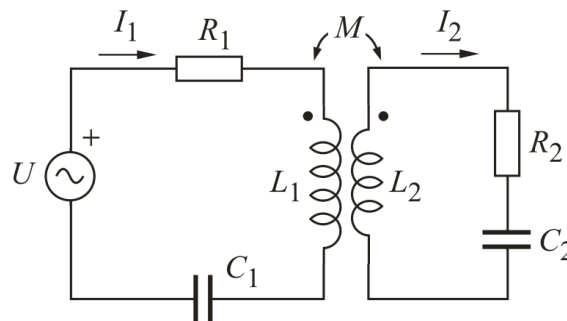
$$u_{AB}(t = 0) = 19.1V$$

$$u_{BC}(t = 0) = -16.97V$$

4. а) За коло на слици можемо да напишемо једначине по другом Кирхофовом закону:

$$\underline{U} = (R_1 + j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}))\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2$$

$$0 = (R_2 + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}))\underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1$$



Како је услов задатка  $\underline{S} = P$  мора важити  $\text{Im}\{\underline{Z}_{ul}\} = 0$ . Комбинујући горње једначине добијамо:

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}_1} = (11 + j(11 - X_{C1}))\Omega \Rightarrow X_{C1} = 11\Omega$$

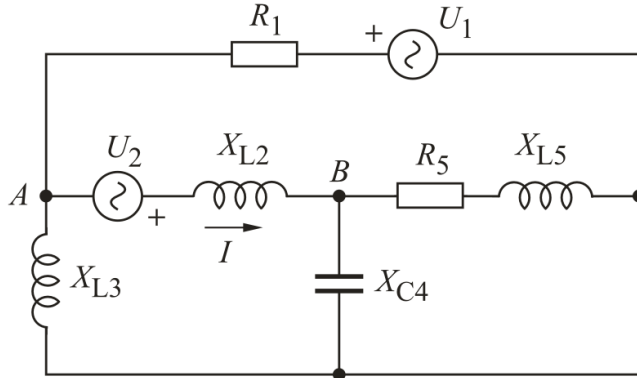
б)

$$\underline{S} = P = R_{ul} I_1^2$$

$$I_1 = 10\sqrt{2}A \Rightarrow \underline{I}_1 = 10\sqrt{2}A$$

$$\underline{U} = \underline{Z}_{ul} \underline{I}_1 = 110\sqrt{2}V$$

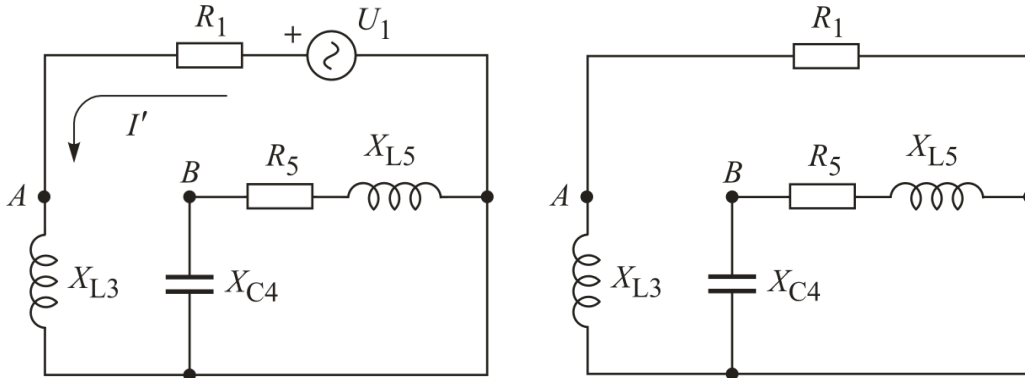
5. а) По захтеву задатка, коло решавамо помоћу Тевененове теореме:



$$\underline{E}_T = \underline{U}_{AB}' = jX_{L3} \underline{I}' = jX_{L3} \frac{\underline{U}_1}{R_1 + jX_{L3}} = (16 + j12)V$$

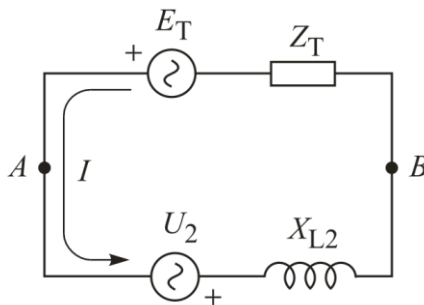
$$\underline{Z}_T = R_1 \parallel L_3 \oplus (R_5 \oplus L_5) \parallel C_4$$

$$\underline{Z}_T = \frac{R_1 \cdot jX_{L3}}{R_1 + jX_{L3}} + \frac{(R_5 + jX_{L5})(-jX_{C4})}{R_5 + jX_{L5} - jX_{C4}} = (5 - j3)\Omega$$



Сада део кола између тачака А и В можемо заменити Тевененовим генератором:

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_T + \underline{U}_2}{\underline{Z}_T + jX_{L2}} = 3.2A$$



б) Да би одредили активну снагу коју развија генератор, одредићемо комплексну снагу генератора:

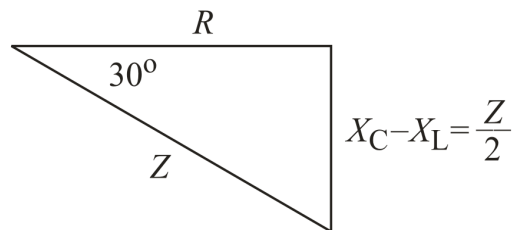
$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \underline{I}^* = j12.8VA$$

$$P_2 = \text{Re}\{\underline{S}_2\} = 0W$$

**Треће републичко такмичење (решења)**  
**Јун 1996.**

1. Потребно је прво одредити аналитички облик струје  $i(t)$ .

Помоћу временског дијаграма на слици бр.3 одредићемо фреквенцију и ефективну вредност струје  $i_1(t)$ , који важе и за струју  $i(t)$ .



$$T = 100\mu s \quad f = 10kHz \quad \omega = 62,8k \frac{rad}{s}$$

$$RTI_{eff}^2 = RI_1^2 \frac{4}{10} T + RI_2^2 \frac{6}{10} T$$

$$I_{eff} = 8mA$$

Аналитички облици струје  $i(t)$  и напона  $u(t)$  су, према горњим подацима:

$$i(t) = 8\sqrt{2} \sin(62.8k + \frac{\pi}{3})mA$$

$$u(t) = 8\sqrt{2} \sin(62.8k + \frac{\pi}{6})V$$

Сад ћемо одредити напон на кондензатору:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 1k\Omega$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}(\theta - \psi) = \operatorname{tg}(-\frac{\pi}{6}) = \frac{X_L - X_C}{R} \Rightarrow X_C = 1k\Omega$$

$$U_C = X_C I = 8V$$

$$u_C(t) = 8\sqrt{2} \sin(62.8k - \frac{\pi}{3})V$$

2. а) За коло са слике, на резонантној учестаности, важе следећи изрази:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = 6.34mH$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \Rightarrow R = 50\Omega$$

$$R_d = \frac{L}{RC} = 317k\Omega$$

Када је прекидач отворен:

$$I_A^{\cdot} = \frac{U}{R_d} = 0.0315mA$$

Када је прекидач затворен, паралелно отпорности  $R_d$  додаје се отпорност  $R_1$

$$R_E = R_d \parallel R_1 = \frac{R_d R_1}{R_d + R_1} = 76k\Omega$$

$$I_A^{\ddot{}} = \frac{U}{R_E} = 0.1315mA$$

Промена струје се може одредити као:

$$\Delta I_A = I_A^{\ddot{}} - I_A^{\cdot} = 0.1mA$$

б) Када је прекидач отворен:

$$B = \frac{f_0}{Q} = 1.25kHz$$

Када је прекидач затворен:

$$Q' = \frac{I_c}{I_A} = 19.2$$

$$B' = \frac{f_0}{Q'} = 5.21kHz$$

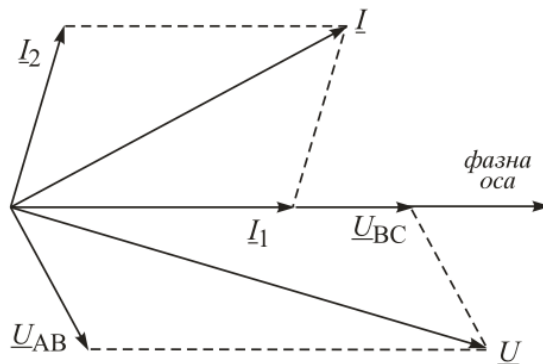
Промена пропусног опсега је:

$$\frac{B'}{B} = 4,2$$

3. За коло са слике можемо да напишемо:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_2} \quad \underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = (400 - j1000)\Omega$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{I} \frac{\underline{Z}_2 R_1}{\underline{Z}_2 + R_1} \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\frac{\underline{Z}_2 R_1}{\underline{Z}_2 + R_1} - jX_{C1}}$$



Из претходних израза можемо одредити однос  $\frac{U}{I_2}$ . Да би услов задатка био

испуњен (струја  $i_2$  предњачи напону  $u$  за  $\frac{\pi}{2}$ ) мора важити:

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{U}{I_2}\right\} = 0 \quad \wedge \quad \operatorname{Im}\left\{\frac{U}{I_2}\right\} < 0 \quad (\text{да би коло било капацитивног карактера})$$

$$\frac{U}{I_2} = \left(4 \cdot 10^2 - \frac{4 \cdot 10^5}{R_1} - j\left(1400 + \frac{16 \cdot 10^4}{R_1}\right)\right) \Omega$$

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{U}{I_2}\right\} = 4 \cdot 10^2 - \frac{4 \cdot 10^5}{R_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

4. а) Ако је снага првог генератора једнака активној снази ( $\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = P$ ) онда су  $\underline{U}_1, \underline{I}_1$  у фази па важи  $\underline{U}_1 = K \cdot \underline{I}_1$  где је  $K$  константа.

$$\underline{S}_{Z3} = \underline{U}_{AB} \underline{I}_3^* \Rightarrow \underline{I}_3 = (9 + j3) \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{AB} - \underline{U}_2}{Z_2} = -5 \text{ A}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (4 + j3) \text{ A}$$

$$\underline{U}_1 = K(4 + j3) \text{ V} \quad (1)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{AB} + (R_1 + jX_{L1}) \underline{I}_1 \quad (2)$$

Изједначавањем израза (1) и (2)

добијамо:

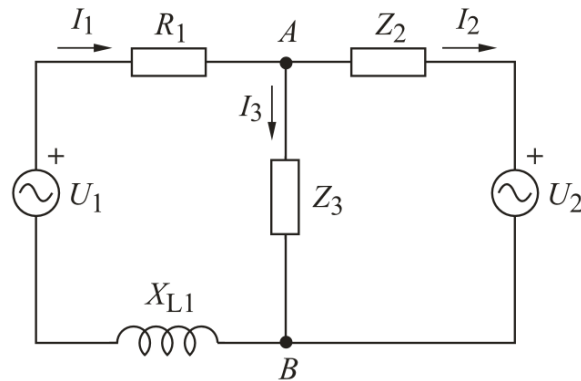
$$K = 10$$

$$\underline{U}_1 = (40 + j30) \text{ V}$$

$$X_{L1} = 6 \Omega$$

- б) Комплексна снага другог генератора

$$\underline{S}_{U2} = \underline{U}_2 (-\underline{I}_2)^* = (200 + j50) \text{ VA}$$



5. Задатак се може решити на више начина, а ми ћемо овде дати решење помоћу Тевененове теореме.

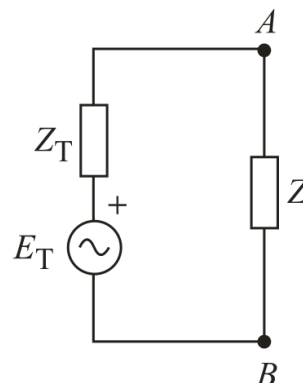
Када је прекидач у положају (1):

$$\underline{E}_T = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_2 - \underline{U}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_T = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}}{2}$$

$$\underline{U}_{AB} = 0 \text{ V}$$

Када је прекидач у положају (2):



$$\underline{Z}_T = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}}{2}$$

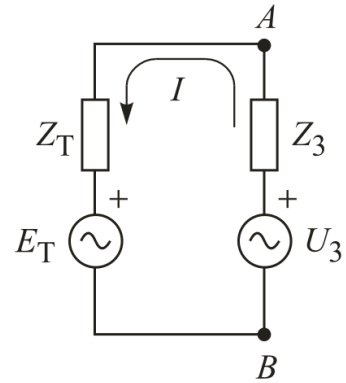
$$\underline{E}_T = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_2 - \underline{U}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0V$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_3 - \underline{Z}_3 \underline{I} = \underline{Z}_T \underline{I}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{Z}_T \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_T + \underline{Z}_3} = (5 + j5)V$$

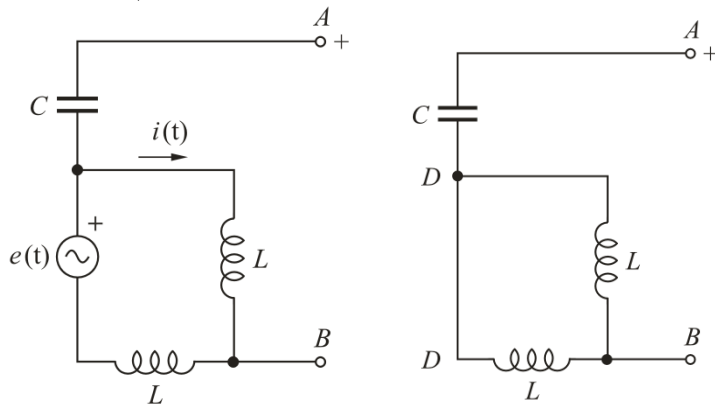
$$U_{AB} = 5\sqrt{2}V$$

Дакле, у првом случају волтметар показује напон једнак нули, а у другом случају  $7.07V$ .



**Четврто републичко такмичење (решења)**  
**Јун 1997.**

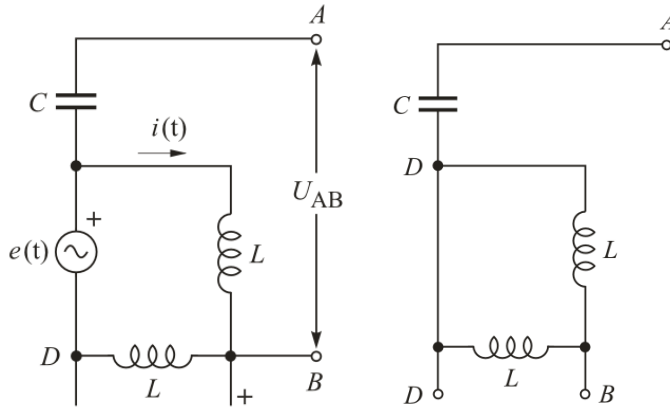
1. За коло на слици 1а:



а)

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{AB} = j\omega L \underline{I} = j\omega L \frac{\underline{E}}{2j\omega L} = \frac{\underline{E}}{2}$$

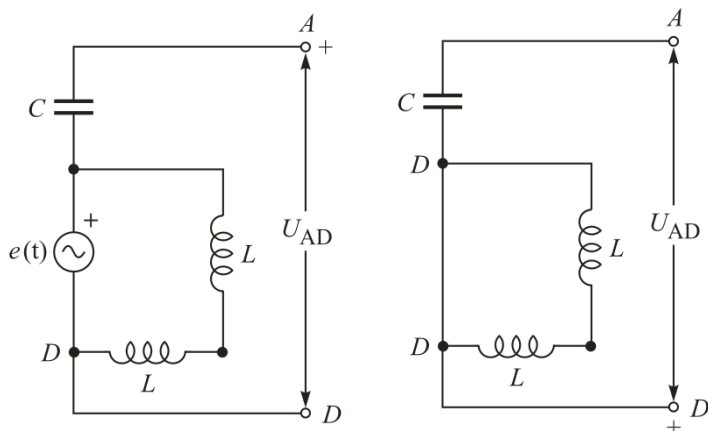
$$\underline{Z}_T = j\omega \frac{L}{2} - j \frac{1}{\omega C} = j \left( \frac{X_L}{2} - X_C \right)$$



б)

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{BD} = j\omega L \underline{I} = j\omega L \frac{\underline{E}}{2j\omega L} = \frac{\underline{E}}{2}$$

$$\underline{Z}_T = j\omega \frac{L}{2} = j\omega \frac{X_L}{2}$$



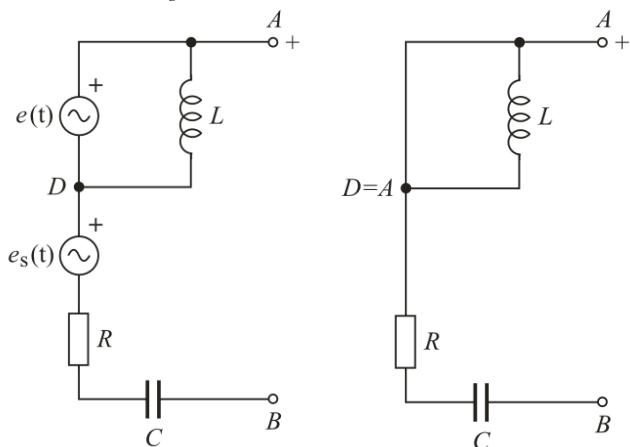
В)

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{AD} = \underline{E}$$

$$\underline{Z}_T = -j \frac{1}{\omega C} = -jX_C$$

За коло на слици 1б, погодно је прво струјни генератор претворити у еквивалентан напонски генератор:

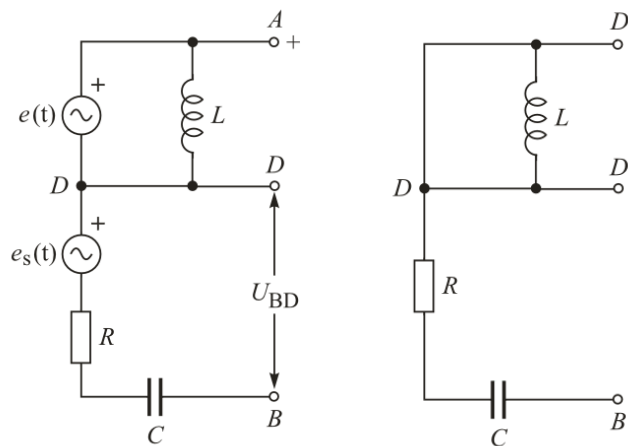
$$\underline{E}_g = R \underline{I}_S \quad R_g = R$$



а)

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{AB} = \underline{E} + \underline{E}_g = \underline{E} + R \underline{I}_S$$

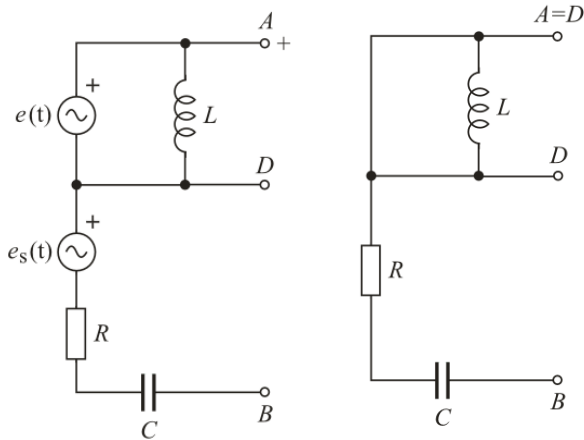
$$\underline{Z} = R - jX_C$$



б)

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{BD} = -\underline{E}_g = -R\underline{I}_S$$

$$\underline{Z}_T = R - jX_C$$

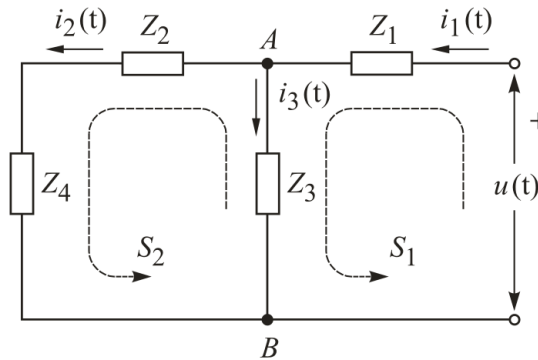


в)

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{AD} = \underline{E}$$

$$\underline{Z}_T = 0$$

2. Задатак се може решити на више начина: применом методе контурних струја или директном применом Кирхофових закона.



Ми ћемо дати решење помоћу првог начина а други начин препуштамо читаоцу.

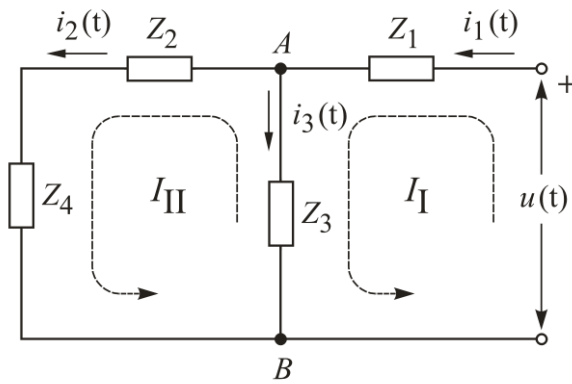
Нека је  $n_g$  број грана у колу ( $n_g=3$ ),  $n_\varepsilon$  број чворова у колу ( $n_\varepsilon=2$ ) и  $n_k$  број контура у колу ( $n_k=2$ )

За смерове контурних струја датих на слици, пишемо следеће једначине:

$$\underline{I}_I = \underline{I}_1 \quad \underline{I}_{II} = \underline{I}_2 \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_I - \underline{I}_{II}$$

$$\text{прва контура: } (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{I}_I - \underline{Z}_3\underline{I}_{II} = \underline{U}$$

$$\text{друга контура: } -\underline{Z}_3\underline{I}_I + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\underline{I}_{II} = 0$$



Решавањем написаног система једначина добијамо:

$$\underline{U} = (370 - j35)V$$

односно

$$u(t) = 371.65\sqrt{2} \sin(\omega t - 5.4^\circ)V$$

као и

$$\underline{Z}_2 = (4 - j3)\Omega$$

Карактер кола се може одредити израчунавањем фазне разлике између напона  $u(t)$  и струје  $i_1(t)$ . Са  $\theta$  обележићемо почетну фазу напона  $u(t)$  а са  $\psi_1$  почетну фазу струје  $i_1(t)$ . Тада је:

$$\varphi = \theta - \psi_1$$

$$\theta = -5.4^\circ$$

$$\psi_1 = -\arctg \frac{8}{6} = -53^\circ$$

$$\varphi = 47.6^\circ$$

Како је  $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$  карактер кола је индуктивни.

3. а) На основу захтева задатка, закључујемо да су фреквенције  $f_1$  и  $f_2$  граничне фреквенције кола. Ако са  $f_0$  означимо резонантну фреквенцију, са  $B$  пропусни опсег а са  $Q_0$  фактор добротe имаћемо:

$$B = \frac{f_0}{Q_0} = \frac{R}{2\pi L} = f_2 - f_1 = 32kHz$$

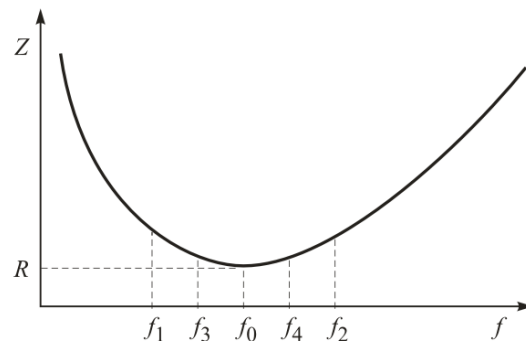
$$L = 150\mu H$$

Такође важи и:

$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{f_0}{B} = \frac{f_1 + f_2}{2} = 18.625$$

$$C = 476pF$$

- б) Резонантна фреквенција износи  $f_0 = 596 kHz$



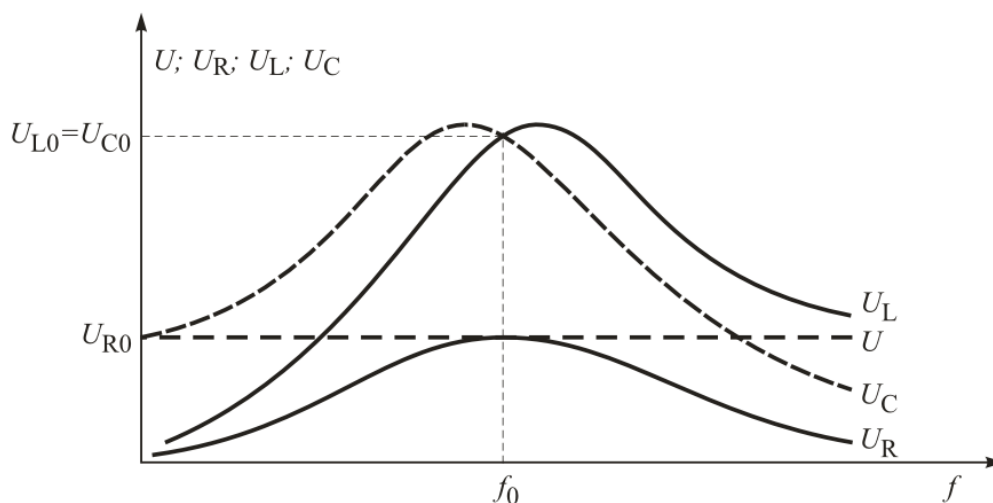
Фреквенција за 1% мања од резонантне износи  $f_3 = 590.04\text{kHz}$ , већа је од доње граничне фреквенције  $f_1$  (а мања од горње граничне фреквенције  $f_2$ ) па закључујемо да припада пропусном опсегу кола. На овој фреквенцији коло има капацитивни карактер, што се може видети са нацртане карактеристике.

Фреквенција за 1% већа од резонантне износи  $f_4 = 601.96\text{kHz}$ , мања је од горње граничне фреквенције  $f_2$  (а већа је од доње граничне фреквенције  $f_1$ ) па закључујемо да такође припада пропусном опсегу кола. На овој фреквенцији коло има индуктивни карактер.

в) На резонантној фреквенцији важи:

$$U = U_R = 10\text{V}$$

$$U_L = U_C = Q_0 U = 186.25\text{V}$$



Напон на калему и кондензатору се може одредити и на други начин:

$$I = \frac{U}{R} = 0.3\text{A}$$

$$X_L = 2\pi f_0 L = 561.432\Omega$$

$$U_L = U_C = I X_L = 187.144\text{V}$$

4. У овом задатку није позната ни једна почетна фаза па је потребно усвојити почетни тренутак. Најједноставније је изабрати да је почетна фаза  $e_{ms}$  нула односно  $\theta_{ems} = 0^0$ .

Тада је:

$$\psi_s = \frac{2\pi}{3} \quad \psi_2 = \frac{\pi}{2}$$

односно

$$\underline{E} = 10e^{j0^0} = 10\text{V}$$

$$\underline{I}_s = 2\sqrt{3}e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

За претпостављени смер струје  $i_1$  као на слици:

$$\underline{U}_{10} = \underline{Z}_C \underline{I}_1 + \underline{E}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_S - \underline{I}_2 = (-\sqrt{3} + j1)A$$

$$\underline{U}_{10} = (15 + j5\sqrt{3})V$$

$$U_{10} = 10\sqrt{3}V$$

Може се такође претпоставити да је почетна фаза струје струјног генератора једнака нули али се овај начин препушта читаоцу.

5. а) Нека је  $n_g$  број грана у колу ( $n_g=4$ ),  $n_\varepsilon$  број чворова у колу ( $n_\varepsilon=2$ ), а  $n_s$  број струјних генератора.

Према усвојеним орјентацијама контура, пишемо следеће једначине:

- број једначина по првом Кирхофовом закону  $n_I = n_\varepsilon - 1 = 1$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_S = 0$$

- број једначина по другом Кирхофовом закону  $n_{II} = n_g - n_\varepsilon + 1 - n_s = 2$

$$\underline{E}_1 - \underline{E}_2 = (R_1 + jX_{L1})\underline{I}_1 - jX_{L2}\underline{I}_2$$

$$-\underline{E}_2 = -jX_{L2}\underline{I}_2 - jX_{C3}\underline{I}_3$$

Решавањем написаног система једначина добијамо:

$$\underline{I}_1 = (-0.2 - j1.4)A$$

$$i_1(t) = 2 \sin(\omega t + 262^\circ)A$$

$$\underline{I}_2 = (-1.6 + j2.8)A$$

$$i_2(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ)A$$

$$\underline{I}_3 = (0.8 - j0.4)A$$

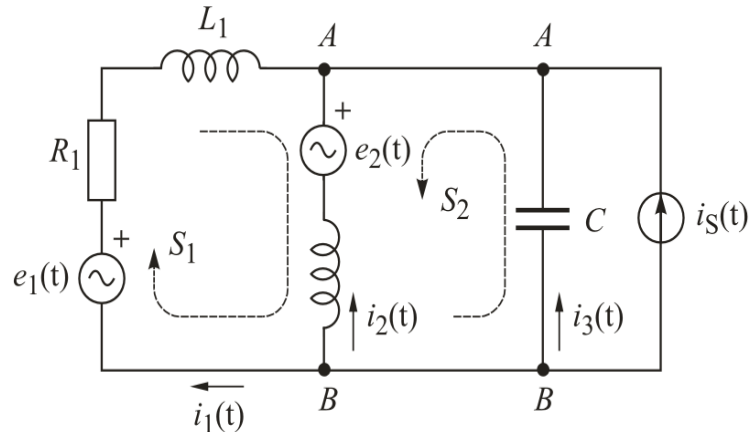
$$i_3(t) = 0.9\sqrt{2} \sin(\omega t - 26.56^\circ)A$$

б)

$$\underline{S}_{E2} = \underline{E}_2 \underline{I}_2^* = (15 + j15\sqrt{3})VA$$

$$P_{E2} = 15W$$

$$Q_{E2} = 15\sqrt{3}VAR$$



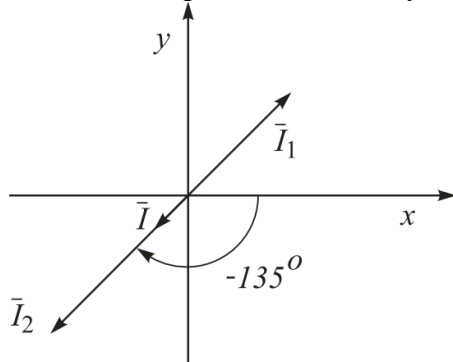
**Пето републичко такмичење (решења)**  
**Јун, 1998.**

1. Тачан одговор је под (7).

Почетна фаза струје  $i_1$  износи  $45^\circ$  ( $\psi_1 = 45^\circ$ ) а почетна фаза струје  $i_2$  износи  $-135^\circ$  ( $\psi_2 = -135^\circ$ ). Почетна фаза резултантне струје се одређује из следећег израза:

$$\psi = \arctg \frac{I_{2m} \sin \psi_2}{I_{1m} + I_{2m} \cos \psi_2} = -135^\circ$$

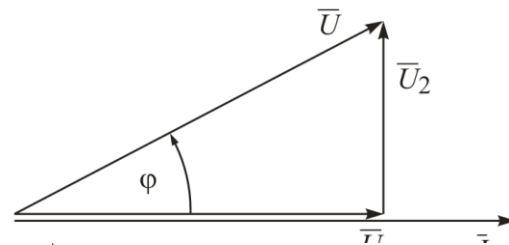
Задатак се може решити и помоћу векторског дијаграма:



На дијаграму се види да резултантна струја има исту почетну фазу као и струја  $i_2$ .

2. Тачан одговор је под 3).

Са векторског дијаграма се види да напон  $\underline{U}$  предњачи у односу на струју  $\underline{I}$  за угао  $\varphi > 0$ , па је коло индуктивног карактера и векторски дијаграм једино не одговара понуђеном одговору под 3)



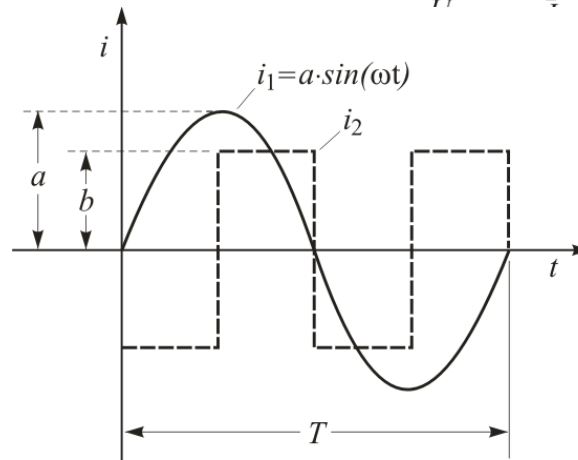
3. Тачан одговор је под (3).

Ефективна вредност струје  $i_1$  износи

$$I_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} = b$$

Ефективна вредност струје  $i_2$  износи

$$I_2 = b$$



4. Тачан одговор је под (3).

Напон на крајевима редног

$RLC$  кола капацитивног карактера касни у односу на струју, која протиче кроз кола за угао  $\varphi$ .

5. Тачан одговор је под (1).

На векторском дијаграму се види да струја  $I_2$  предњачи у односу на напон  $U$  за угао  $\frac{\pi}{2}$  па елемент кроз који протиче та струја мора бити кондензатор.

Такође се може закључити да је други елемент (паралелно везан кондензатору) отпорник јер су струја  $I_1$  и напон  $U$  у фази.

6. Тачан одговор је под (4).

При струјној резонанцији напон  $u$  и струја  $i$  су у фази.

Фазна разлика између напона  $u$  и струје  $i_C$  износи  $\varphi_1 \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ , а фазна разлика

између напона  $u$  и струје  $i_L$  износи  $\varphi_2 \in (0, \frac{\pi}{2})$ .

Мора важити  $\varphi_1 \neq -\frac{\pi}{2}$  и  $\varphi_2 \neq \frac{\pi}{2}$  јер се у гранама са кондензатором и калемом налазе и отпорници.

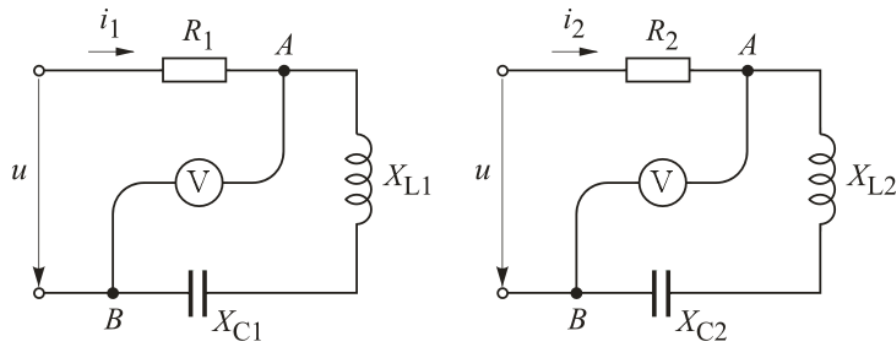
Такође мора бити испуњено:

$$\vec{I}_L + \vec{I}_C = \vec{I}$$

7. Тачан одговор је под (3).

8. Временска константа кондензатора  $\tau = RC$  ( $R$  - отпорност отпорника,  $C$  - капацитивност кондензатора у колу са извором једносмерног напона  $U$ ) физикално представља време за које би при пуњењу кондензатора напон на њему достигао око 63% напона извора  $U$ , а при пражњењу кондензатора око 37% почетног напона.

9. Са  $Z_1$  обележићемо укупну импедансу првог кола у односу на улазне прикључке а са  $Z_2$  укупну импедансу другог кола у односу на улазне прикључке.



$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} - jX_{C1} = (6 + j8)\Omega$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} - jX_{C2} = (6 + j8)\Omega$$

Како су струје које протичу кроз оба кола исте, исти су и напони између тачака А и В.

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U} - \underline{I}_1 R_1 \text{ у првом колу}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U} - \underline{I}_2 R_2 \text{ у другом колу}$$

10. И у једном и у другом колу један део енергије се неповратно претвара у топлоту (на отпорнику). Други део енергије у RL колу размењује се (осцилује) између извора и кола посредством магнетног поља калема а у RC колу - посредством електричног поља кондензатора.

11. Решавање сложених кола простопериодичне струје применом комплексног метода може се поделити на неколико корака

- Почетно означавање свих елемената преводи се у комплексни облик: хармоничне EMS и струје изражене преко својих тренутних вредности у тригонометријском облику преводи у одговарајући комплексни облик а затим се одређују реактансе или сусцептансе свих индуктивних и капацитивних елемената у колу.
- Бирају се позитивни смерови струја у свим гранама кола и означавају стрелицама у шеми кола.
- Користећи Омов закон и Кирхофове законе у комплексном облику пише се одговарајући скуп једначина за решавање кола. По првом Кирхофовом закону пишемо  $(n_\Sigma - 1)$  једначину, где је  $n_\Sigma$  број чворова у колу, а по другом Кирхофовом закону пишемо  $(n_g - (n_\Sigma - 1) - n_s)$  једначину где је  $n_g$  број грана у колу а  $n_s$  број струјних генератора у колу. Може се користити и нека друга метода за решавање кола (метода контурних струја, метода суперпозиције, Тевененова теорема) која се такође своди на примену Кирхофових закона и Омовог закона.
- Решава се постављени скуп једначина, односно одређују се комплексне струје у свим гранама кола и напони на крајевима елемената.
- На основу комплексних облика струја и напона, одређују се њихове тренутне вредности.

12. Фазна резонанција у редном RLC колу се може остварити на следеће начине

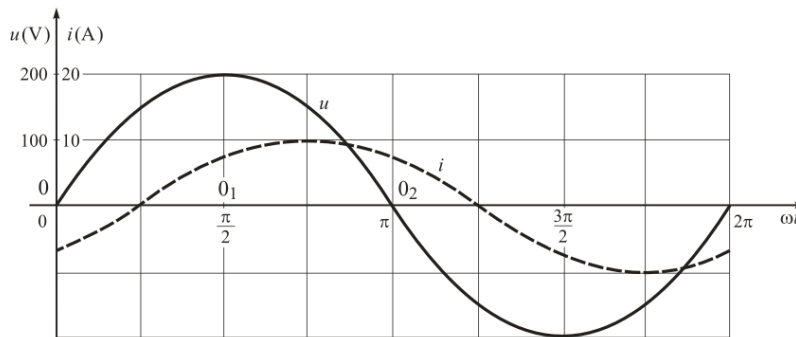
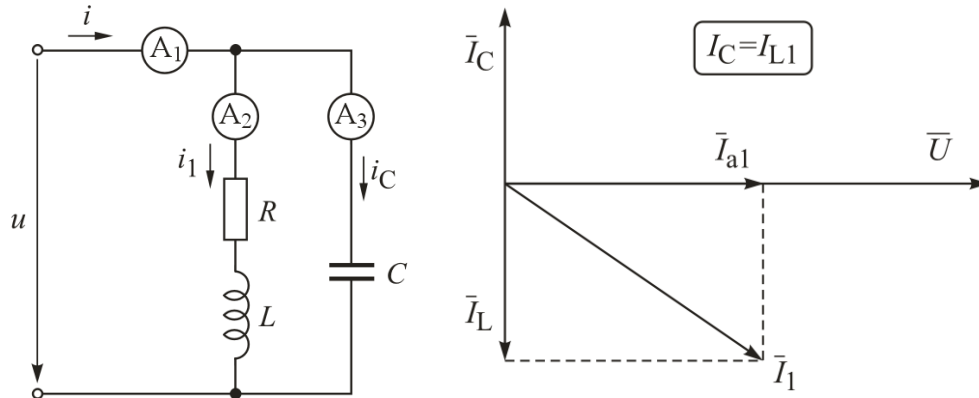
- променом фреквенције генератора
- променом капацитивности и/или индуктивности кола
- истовременом променом фреквенције генератора и капацитивности и/или индуктивности кола

То се види из услова фазне (напонске) резонанције

$$X = X_L - X_C = 0; \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

13. Мењајући капацитивност кондензатора при сталној индуктивности калема или индуктивности при сталној капацитивности кондензатора видећемо да ће у одређеном транутку амперметар  $A_1$  показати минималну вредност струје, док ће амперметри  $A_2$  и  $A_3$  показивати максималне вредности одговарајућих струја. Тада је у колу постигнута струјна резонанција а одговарајући векторски дијаграм је приказан на слици.

14. Т  
а  
ч  
ка 0:



$$u(t) = 200\sin(314t)V$$

$$i(t) = 10\sin\left(314t - \frac{\pi}{4}\right)A$$

Тачка 0<sub>1</sub>:

$$u(t) = 200\sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)V$$

$$i(t) = 10\sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right)A$$

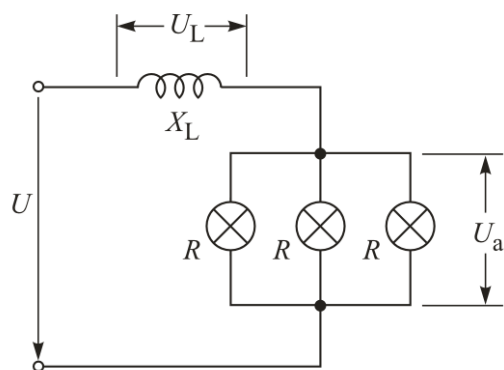
Тачка 0<sub>2</sub>:

$$u(t) = 200\sin(314t + \pi)V$$

$$i(t) = 10\sin\left(314t + \frac{3\pi}{4}\right)A$$

15. Када се укључи једна сијалица, отпорност дела кола са сијалицама се повећава, а тиме и укупна импеданса кола. Ако је напон  $U$  константан, струја у колу се смањује, напон  $U_L$  се снижава ( $U_L = X_L I$ ) а напон  $U_a$  повећава.

При томе, напон  $U$  је константан  $U = \sqrt{U_L^2 + U_a^2}$



16. Активну проводност кола можемо одредити из следећих израза:

$$G = G_1 + G_2, \quad G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}, \quad G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}$$

Када је фреквенција  $f = 50 \text{ Hz}$

$$Z_{1(50)}^2 = R_1^2 + X_L^2 = 8\Omega$$

$$Z_{2(50)}^2 = R_2^2 + X_C^2 = 8\Omega$$

$$G \approx 0.5S$$

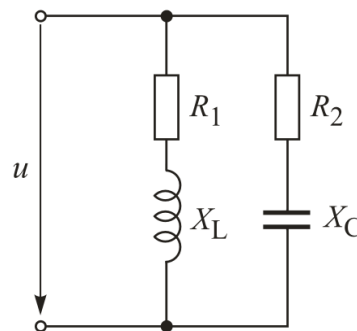
Када је фреквенција  $f = 100 \text{ Hz}$ , реактанса калема  $X_L$  се повећа два пута и износи  $4\Omega$ , а реактанса кондензатора се смањи и износи  $1\Omega$ .

$$Z_{1(100)}^2 = R_1^2 + X_L^2 = 20\Omega$$

$$Z_{2(100)}^2 = R_2^2 + X_C^2 = 5\Omega$$

$$G \approx 0.5S$$

Дакле, активна проводност читавог кола при повећању фреквенције са  $50 \text{ Hz}$  на  $100 \text{ Hz}$  се не мења.

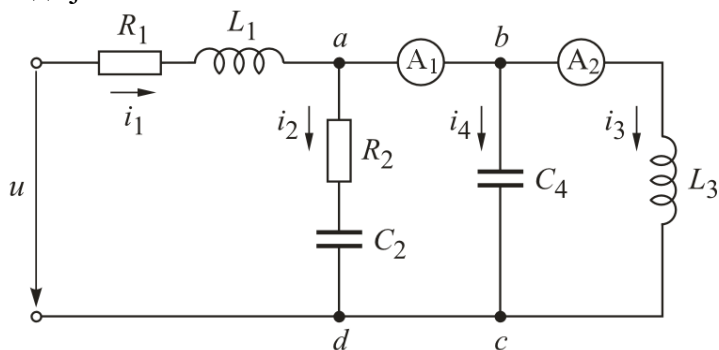


17. Први амперметар показује струју нула па важи да је:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{ad} = \underline{U}_{bc} = \underline{Z}_2 \underline{I}_1$$

где је :



$$\underline{Z}_2 = (R_2 - j\frac{1}{\omega C_2}) \quad \underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \quad \underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$$

па је :

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{bc}}{j\omega L_3}$$

$$\underline{Z}_2 = (50 - j31,4)\Omega$$

$$\underline{Z}_1 = (50 + j31,4)\Omega$$

$$\underline{I}_1 = 1A$$

$$\underline{I}_3 = (-0,5 - j0,8)A$$

Амперметар показује ефективну вредност струје:

$$I_3 = \sqrt{(0,5)^2 + (-0,8)^2} = 0,94A$$

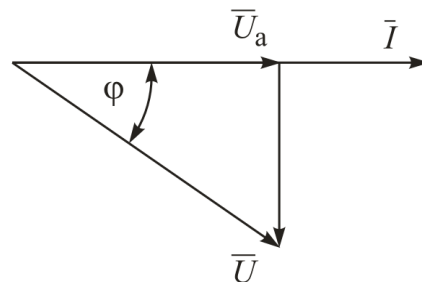
**Шесто републичко такмичење (решења)**  
**Јун 2000.**

1. Тачан одговор је под 1).

Почетна фаза струје  $i_1$  износи нула ( $\psi_1 = 0$ ) а почетна фаза струје  $i_2$  износи  $\frac{2\pi}{3}$  ( $\psi_2 = \frac{2\pi}{3}$ ). Почетна фаза резултантне струје се одређује из следећег израза:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{I_{2m} \sin \psi_2}{I_{1m} + I_{2m} \cos \psi_2} = \frac{\pi}{3}$$

Задатак се може решити и помоћу векторског дијаграма (видети решење задатка бр.1 на републичком такмичењу 1998.год).



2. Тачан одговор је под 2).

Са дијаграма се види да напон  $U$  касни за струјом  $I$  па је коло капацитивног карактера.

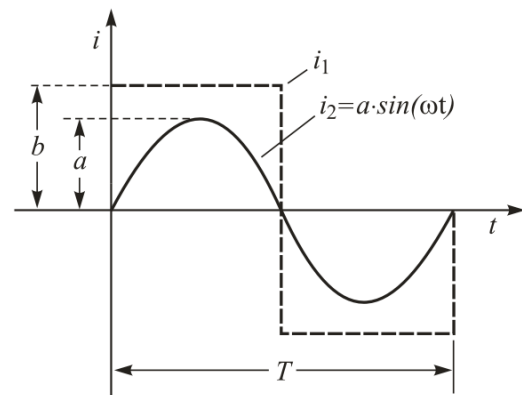
3. Тачан одговор је под 2).

Ефективна вредност струје  $i_1$  износи

$$I_1 = b = a\sqrt{2}$$

Ефективна вредност струје  $i_2$  износи

$$I_2 = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



4. Тачан одговор је под 2).

Фазна разлика између струје  $I_1$  и напона  $U$  је нула па струја  $I_1$  протиче кроз отпорник. Фазна разлика између напона  $U$  и струје  $I_2$  је  $\pi/2$  па струја  $I_2$  протиче кроз калем.

5. Тачан одговор је под 1).

При напонској резонанцији, напони  $U_L$  и  $U_C$  су једнаки, па дужине обртних вектора којима су представљени морају бити исте а фазна разлика између њих је  $\pi$ . Напон  $U_L$  предњачи у односу на струју  $I$  за угао  $\pi/2$  а напон  $U_C$  касни у односу на струју  $I$  за угао  $\pi/2$ . Фазна разлика између напона  $U_R$  и струје  $I$  је нула.

6. Тачан одговор је под 3).

7. Антирезонанцију (струјну резонанцију) у паралелном колу можемо постићи било променом учестаности генератора, било променом параметара  $L$  и  $C$  кола. То се види из услова струјне резонанције:

$$B = B_C - B_L = 0$$

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

8. Решавање сложених кола применом комплексног рачуна може се поделити у неколико корака:

- Све физички реалне величине (струје, напони, отпорности, извори) обележе се на слици и представе комплексним изразима.
- Применом правила за метод контурних струја решава се коло комплексним рачуном:
- ✓ Обележе се контуре по којима се пишу једначине (укупан број једначина  $n_k = n_g - n_k + 1$ ). Контуре морају бити независне. Свакој контури додељује се по једна струја (контурна струја)  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \dots, \underline{I}_k$ . Постоје гране у колу кроз које тече само једна контурна струја али и оних кроз које тече више њих.

- ✓ Писање општег система једначина у комплексном облику:

$$\underline{Z}_{11} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{1k} \underline{I}_k = \underline{E}_{11}$$

$$\underline{Z}_{21} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{2k} \underline{I}_k = \underline{E}_{22}$$

⋮

$$\underline{Z}_{k1} \underline{I}_1 + \underline{Z}_{k2} \underline{I}_2 + \dots + \underline{Z}_{kk} \underline{I}_k = \underline{E}_{kk}$$

где је:

$\underline{Z}_{ii}$  – укупна импеданса  $i$ -те контуре ( $i = 1, k$ ) односно збир свих импеданси које се налазе у  $i$ -тој контури

$\underline{Z}_{in}$  – збир импеданси које се истовремено налазе и у  $i$ -тој и у  $n$ -тој контури ( $n = 1, k$ )

$\underline{E}_{ii}$  – збир свих комплексних  $e_{ms}$  које се налазе у  $i$ -тој контури

Члан  $\underline{Z}_{in} \underline{I}_n$  имаће позитиван знак ако се смер струје  $\underline{I}_n$  поклапа са смером обиласка  $i$ -те контуре.

- ✓ Решавање система једначина и одређивање комплексних израза за струје контура у колу
- ✓ Проналажење комплексних израза за струје грана у колу из контурних струја
- ✓ Писање аналитичких облика струја грана .

9. У односу на било које две тачке, мрежа са простопериодичним струјама се понаша као реални напонски генератор електромоторне силе  $E_T$  и унутрашње импедансе  $Z_T$ . Електромоторна сила  $E_T$  једнака је напону празног хода између посматраних тачака а импеданса  $Z_T$  једнака је еквивалентној импеданси између истих тачака када су сви напонски и струјни генератори искључени. Дакле:

- сви елементни кола се представе комплексним изразима
- реши се коло на поменути начин

- одреде се тренутне вредности тражених напона или струја.

10. a)

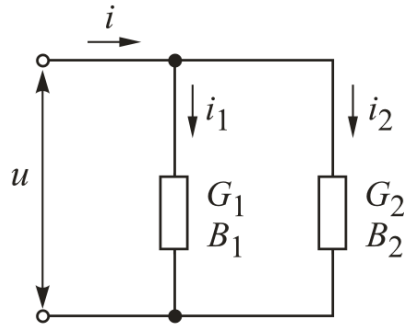
$$G_E = G_1 + G_2 = 0.8 \text{ mS}$$

$$B_E = B_1 + B_2 = 0.6 \text{ mS}$$

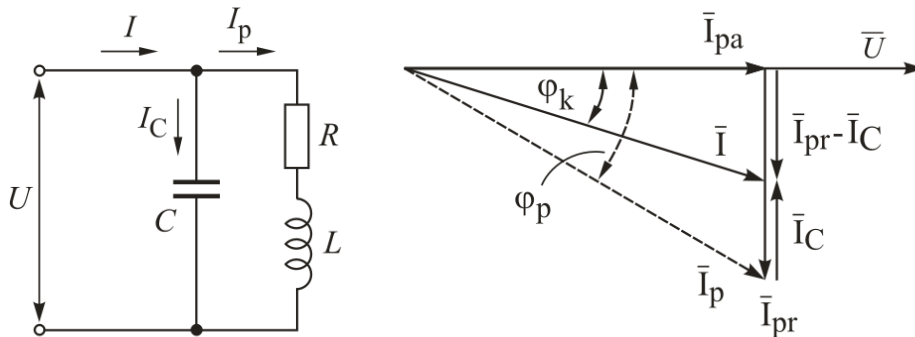
$$Y_E \sqrt{G_E^2 + B_E^2} = 1 \text{ mS}$$

б)

$$\varphi = -\arctg \frac{B}{G} = -37^\circ$$



11. Паралелним везивањем кондензатора, електромотору се фактор снаге пријемника повећава. Најбоље је када важи  $\cos \varphi = 1$ , односно када је максималан јер тада нема бескорисне размене реактивне енергије између генератора и пријемника.



12. Тражимо еквивалентну импедансу:

$$G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0.1 \text{ mS}$$

$$B_2 = \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} = -0.2 \text{ mS}$$

$$G_3 = \frac{R_3}{R_3^2 + X_3^2} = 0.066 \text{ mS}$$

$$B_3 = -\frac{X_3}{R_3^2 + X_3^2} = -0.133 \text{ mS}$$

$$G_{23} = G_2 + G_3 = 0.166 \text{ mS}$$

$$B_{23} = B_2 + B_3 = -0.33 \text{ mS}$$

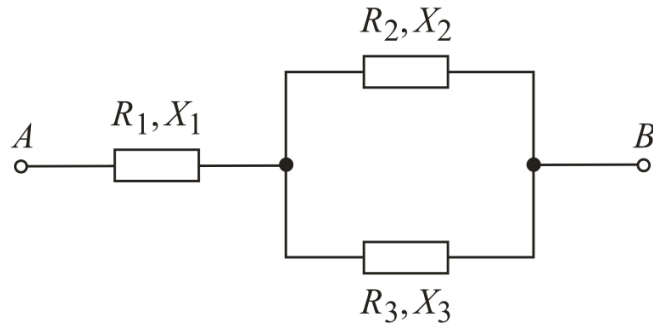
$$R_{23} = \frac{G_{23}}{G_{23}^2 + B_{23}^2} \cong 1.2 \text{ k}\Omega$$

$$X_{23} = -\frac{B_{23}}{G_{23}^2 + B_{23}^2} \cong 2.4 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = R_1 + R_{23} = 2.2 \text{ k}\Omega$$

$$X_E = X_1 + X_{23} = 4.4 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{AB} = \sqrt{R_E^2 + X_E^2} = 4.92 \text{ k}\Omega$$



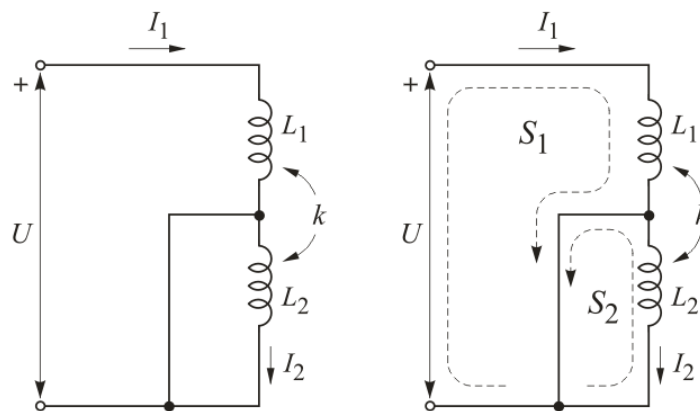
13. Тражимо еквивалентну индуктивност:

$$\underline{Z}_1 = j\omega L_1; \underline{Z}_2 = j\omega L_2; \underline{Z}_{12} = j\omega k \sqrt{L_1 L_2}$$

Према другом Кирхофовом закону, за изабране контуре:

$$S_1 : \underline{U} = \underline{Z}_1 I_1 + \underline{Z}_{12} I_2$$

$$S_2 : 0 = \underline{Z}_{12} I_1 + \underline{Z}_2 I_2$$



Улазна импеданса кола се може одредити као:

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{U}{I_1} = j\omega(1-k^2)L_1$$

па је еквивалентна индуктивност:

$$L_E = (1-k^2)L_1$$

14. а) Ако трансформишемо пријемник спрегнут у троугао у еквивалентан пријемник спрегнут у звезду, добићемо пријемник код којег сваку фазу можемо да посматрамо независно од других фаза и да читав прорачун урадимо само за једну фазу.

- Импеданса по фази еквивалентног пријемника спрегнутог у звезду је:

$$\underline{Z}_Z = \frac{\underline{Z}_P \underline{Z}_P}{\underline{Z}_P + \underline{Z}_P + \underline{Z}_P} = (2 + j3)\Omega$$

- Укупна комплексна импеданса поједине фазе је:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_Z + \underline{Z}_l = (3 + j5)\Omega$$

$$Z = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5.83\Omega$$

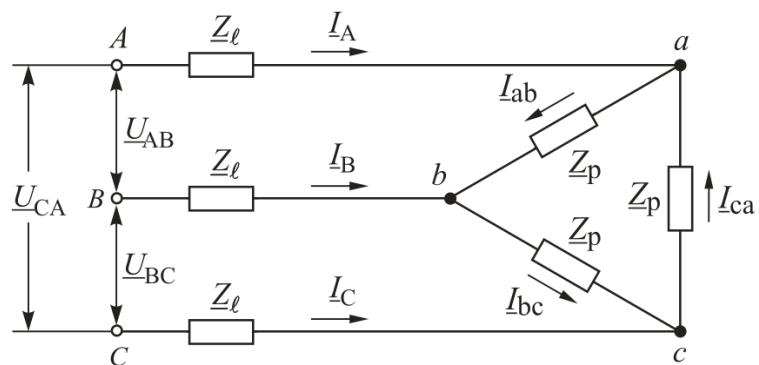
- Линијска струја је:

$$I_l = I_a = \frac{U_l}{Z\sqrt{3}} = 21.8\text{A}$$

б) Фазна струја и фазни напон пријемника су:

$$I_P = I_{ab} = \frac{I_l}{\sqrt{3}} = 12.6\text{A}$$

$$U_P = U_{ab} = Z_P I_P = 136.3\text{V}$$



**Седмо републичко такмичење (решења)**  
**Јун 2001.**

1. Тачан одговор је под в).

Резонантна фреквенција редног RLC кола одређује се као

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ па се њено повећање постиже смањењем индуктивности } L.$$

2. Тачан одговор је под а) и под в).

Кондуктанса пасивног елемента се одређује као

$$G_p = \frac{R_p}{Z_p^2} \text{ и увек је позитивна, јер су величине које се налазе и у имениоцу и у}$$

бројиоцу разломка увек позитивне.

Сусцептанса пасивног елемента се одређује као

$$B_p = \frac{X_p}{Z_p^2} \text{ па због природе реактивне отпорности може бити и позитивна и}$$

негативна.

3. Тачни одговори су под в) и под б).

4. Тачан одговор је под г).

5. Тачан одговор је под б).

На учестаности мањој од резонантне коло има капацитивни карактер.

Струја кроз коло је

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Како се фреквенција генератора смањује, смањује се реактивна отпорност калема а повећава реактивна отпорност кондензатора, па се укупна реактивна отпорност кола повећава што доводи до смањења струје у колу. Опадање струје у колу доводи до опадања напона на крајевима отпорника (по Омовом закону  $U_R = I_R R$ ).

6. Тачан одговор је под б).

$$u(t) = 312\sqrt{2} \cos(\omega t + 90^\circ) V = 312\sqrt{2} \sin(\omega t + 180^\circ) V$$

$$\underline{U} = \frac{312\sqrt{2}}{\sqrt{2}} (\cos \pi + j \sin \pi) = -312 V$$

7. Тачан одговор је под б).

$$U_m \sin wt = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$\sin wt = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$wt = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2\pi ft = \frac{\pi}{4}$$

$$t = 5ms$$

8. Тачни одговори су под б) и под а).

Струја која протиче кроз калем касни за напонам на крајевима калема за  $\frac{\pi}{2}$ .

Амплитуда те струје се рачуна као  $I_{Lm} = \frac{U_{Lm}}{X_L}$  и износи  $I_{Lm} = 100\sqrt{2}A$ . Израз за

тренутну вредност струје гласи:

$$i_L(t) = 100\sqrt{2} \cos\left(wt - \frac{\pi}{2}\right)A$$

Фазна разлика између напона и електромоторне силе самоиндукције износи  $\pi$ . Амплитуда електромоторне силе самоиндукције иста је као амплитуда напона на крајевима калема.

Израз за тренутну вредност електромоторне силе самоиндукције гласи:

$$e_s = 100\sqrt{2} \cos(wt - \pi) = -100\sqrt{2} \cos wt \text{ V}$$

9. Тачан одговор је под а).

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{4X_C - X_C}{\sqrt{3}X_C} = \sqrt{3}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\sqrt{3}) = 60^\circ$$

10. Тачан одговор је под в).

Из услова задатка се може одредити фазна разлика између напона и струје датог пријемника:

$$\varphi = \theta - \psi = 17^\circ - (-28^\circ) = 45^\circ$$

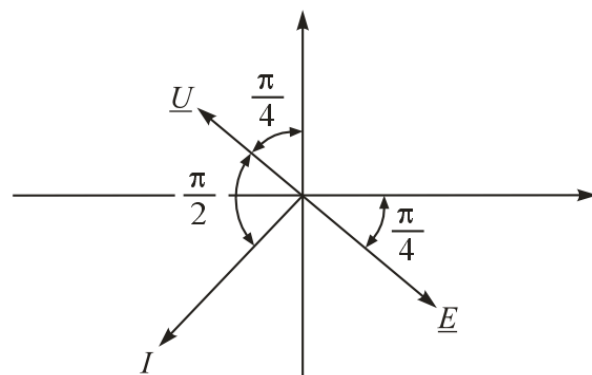
$$\operatorname{tg} \varphi = 1$$

а затим и однос активне и реактивне отпорности:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} \Rightarrow \frac{X}{R} = 1$$

11. Тачан одговор је под в).

Напон на елементу предњачи у односу на електромоторну силу



за угао од  $180^0$ , па је почетна фаза напона

$$\theta = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$$

Фазна разлика између напона на крајевима непознатог елемента и струје кроз њега је  $\varphi = \theta - \psi = -\frac{\pi}{2}$  па закључујемо да напон касни за струјом за  $\frac{\pi}{2}$  и да је непознати елемент кондензатор.

12. Тачан одговор је под г).

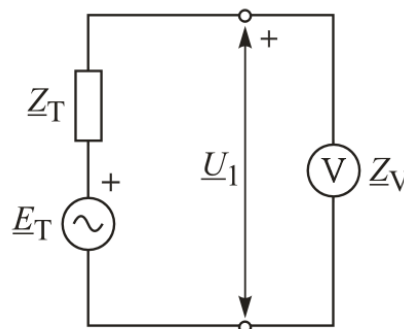
У односу на волтметар, остатак кола се може заменити Тевененовим генератором као на слици. ( $Z = Z_T$ )

Напон који показује волтметар се може написати као:

$$\underline{U}_1 = \frac{Z_V}{Z_V + Z_T} \underline{E}_T = 20kV$$

Када се уклони волтметар, струја кроз коло је нула, па се тражени напон одређује као

$$\underline{U} = \underline{E}_T = \frac{\underline{U}_1}{2} = 10kV$$



13. Тачан одговор је под а).

Снага отпорника се одређује као  $P_R = RI^2$

и имаће максималну вредност када је струја која протиче кроз редно коло максимална. Овај услов је испуњен на учестаности једнакој резонантној

$$\omega = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Из претходног израза можемо одредити индуктивност калема

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = 100\mu H$$

14. Тачан одговор је под а).

Почетна фаза електромоторне силе  $E_1$  је нула, почетна фаза струје  $I_2$  износи  $\frac{\pi}{2}$ , а

почетна фаза струје  $I_g$  је  $\frac{2\pi}{3}$ , па можемо да запишемо:

$$\underline{E} = 10V$$

$$\underline{I}_2 = I_2 \left( \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right) = j2A$$

$$\underline{I}_g = I_g \left( \cos \frac{2\pi}{2} + j \sin \frac{2\pi}{2} \right) = (-\sqrt{3} + j3)A$$

$$\underline{Z} = R - jX_C = (5\sqrt{3} - j5)\Omega$$

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_g - \underline{I}_2 = (-\sqrt{3} + j)A$$

$$\underline{U}_{10} = \underline{E} + \underline{Z}\underline{I}_{10} = j10\sqrt{3}V$$

Реактивну снагу одредићемо као имагинарни део комплексне привидне снаге:

$$\underline{S}_{10} = \underline{U}_{10}\underline{I}_{10}^* = (10\sqrt{3} - j30)VA$$

$$Q = -30VA_r$$

15. Тачан одговор је под б).

Напон између тачака 1 и 2 се може одредити као

$$\underline{U}_{12} = \underline{Z}_E \underline{I}_g$$

где је :

$$\underline{Z}_E = R + \frac{1}{\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2} + j\omega C} = (10 + j10)\Omega$$

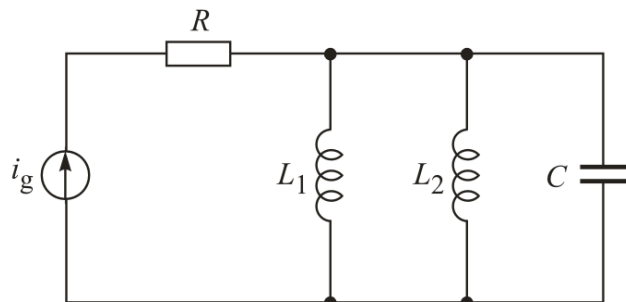
Даље се тражене снаге одређују из израза за комплексну снагу.

$$\underline{S} = \underline{U}_{12}\underline{I}_g^* = (20 + j20)VA$$

$$P = 10W$$

$$Q = 20VA_r$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 20\sqrt{2}VA$$



**Осмо републичко такмичење (решења)**  
**Јун 2002.**

1. Тачан одговор је под ц)

$$f = \frac{2\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{\pi}$$

2. Тачан одговор је под а)

Ако са  $\theta$  обележимо почетну фазу напона, а са  $\psi$  почетну фазу струје, њихова фазна разлика износиће:

$$\varphi = \theta - \psi = \frac{\pi}{10} - \left(-\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{31\pi}{60}$$

3. Тачан одговор је под а)

$$Q_L = X_L I^2 = 50 \text{ VAr}$$

4. Тачан одговор је под а)

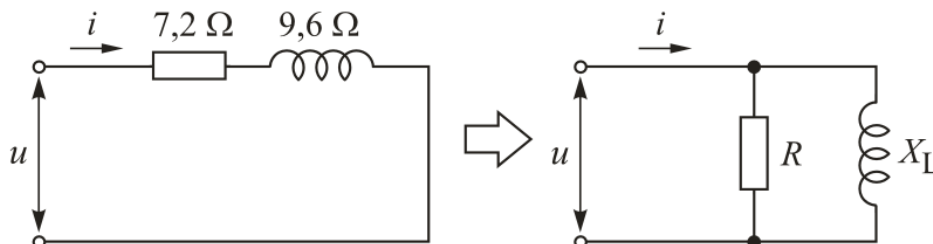
Код паралелног  $RLC$  кола на свим елементима влада исти напон. Ако се обртни вектор којим је представљена струја кроз отпорник поклапа са позитивним делом  $x$  осе, онда се и обртни вектор који представља напон такође поклапа са позитивним делом  $x$  осе. Како струја кроз кондензатор предњачи за  $\pi/2$  у односу на напон, обртни вектор који представља ту струју ће се поклопити са позитивним делом  $y$  осе. Када је у питању калем, струја која протиче кроз њега касни у односу на напон за  $\pi/2$ , па ће се обртни вектор који њу представља поклопити са негативним делом  $y$  осе. Из услова задатка се види да је коло капацитивног карактера па дужина обртног вектора који представља струју кроз кондензатор мора бити већа од дужине обртног вектора који представља струју кроз калем.

5. Тачан одговор је под д)

6.  $\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = (80 + j60)(-j20) = (1200 - j1600) \text{ VA}$

7. Тачан одговор је под д)

Ако са  $Z_E$  обележимо еквивалентну импедансу кола, тада се адмитанса кола може одредити као:



$$\underline{Y}_E = \frac{1}{\underline{Z}_E} = \frac{1}{7.2 + j9.6} = (0.05 + j0.0667)S$$

$$G = 0.05S; \quad B_L = 0.0067S$$

$$R = \frac{1}{G} = 20\Omega; \quad X_L = \frac{1}{B_L} = 15\Omega$$

8. При растеређивању (пражњењу) кондензатора, нагомилана електростатичка енергија се предаје калему и претвара у енергију магнетног поља калема, па се енергија кондензатора  $W_C$  може изједначити са енергијом калема  $W_L$ :

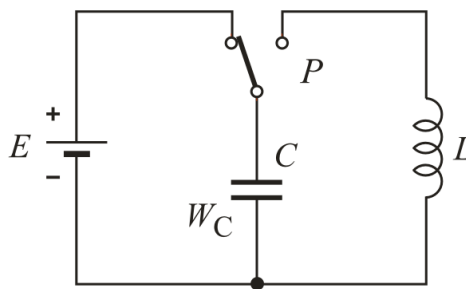
$$W_C = \frac{1}{2}CE_m^2, E_m = E$$

$$W_L = \frac{1}{2}LI_m^2$$

$$W_C = W_L$$

$$I_m = \frac{E}{X_L} = \frac{E}{\omega_0 L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



9. Опште једначине:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \underline{I}_2$$

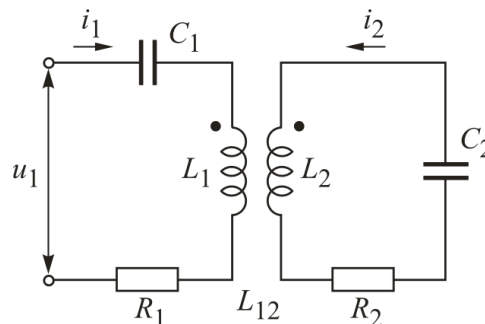
$$0 = \underline{Z}_{12} \underline{I}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2$$

Улазна импеданса се добија решавањем горњих једначина као:

$$\underline{Z}_E \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$$

и износи

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}_1 - \frac{\underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_2}$$



10. Задатак се може решити на више начина. Најједноставније је да прво одредимо комплексан облик тражене струје а затим њену тренутну вредност.

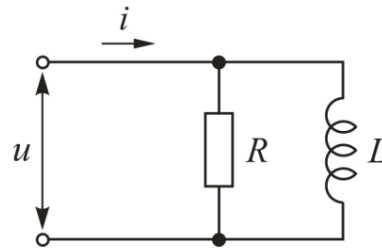
$$\underline{Z}_E = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} = (0.9 + j2.86)\Omega$$

$$\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}_E} = \frac{179}{0.9 + j2.86} = (12.67 - j40.26)A$$

$$I = \sqrt{12.67^2 + 40.26^2} = 42.21A$$

$$\psi = \arctg\left(-\frac{40.26}{12.67}\right) = -72.53^\circ$$

$$i(t) = 42.21\sqrt{2} \sin(156t - 72.53^\circ)A$$



11. Пре затварања прекидача кроз амперметар тече струја:

$$I = \frac{U}{X_C}$$

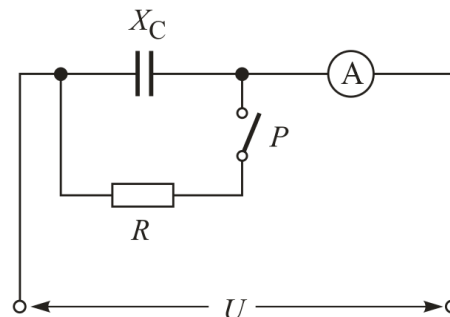
Када се прекидач затвори, струја која протиче кроз амперметар је:

$$I_1 = \frac{U}{Z_E}$$

$$\underline{Z}_E = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{R}{2}(1 - j)\Omega$$

$$Z_E = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$I_1 \frac{2U}{R\sqrt{2}} = I\sqrt{2}$$

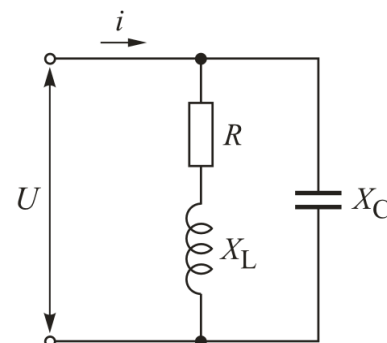


12. Да би се постигла потпуна компензација реактивне снаге, услов који мора бити испуњен је  $\cos\varphi = 1$

$$\underline{Y}_E = \frac{1}{4 + j12} + \frac{1}{(-jX_C)} = \frac{4X_C + j(160 - 12X_C)}{160X_C}$$

Из услова задатка се добија:

$$160 - 12X_C = 0 \Rightarrow X_C = \frac{40}{3}\Omega$$



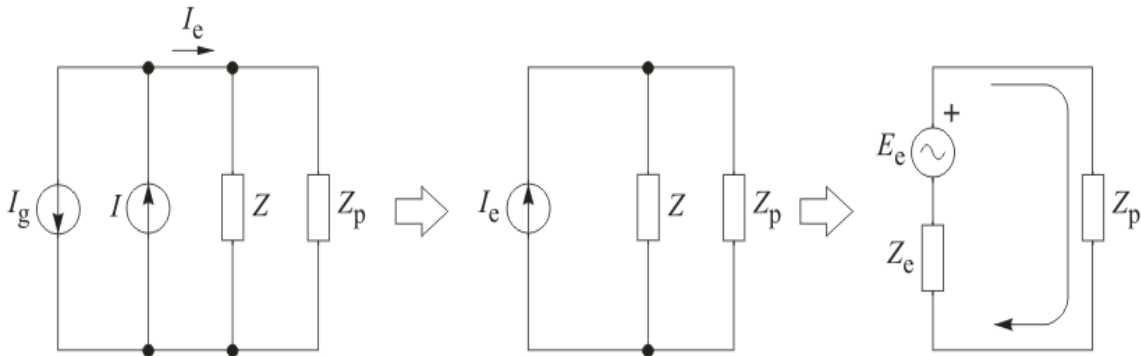
13. Како би се задатак једноставније решио, потребно је реални напонски генератор E заменити еквивалентним струјним генератором:

$$\underline{I} = \frac{E}{Z}$$

Затим се оба струјна генератора могу заменити једним струјним генератором:

$$\underline{I}_E = \underline{I} - \underline{I}_g$$

Струја кроз импедансу  $Z_p$  се може одредити помоћу струјног разделника:



$$\underline{I}_p = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_p} \underline{I}_E$$

$$\underline{I}_p = (-0.31 - j0.02)A$$

$$P = R_p I_p^2 = 8.64W$$

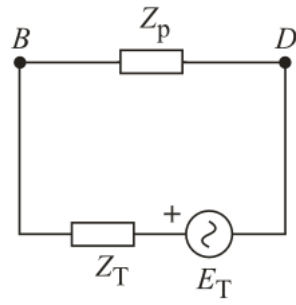
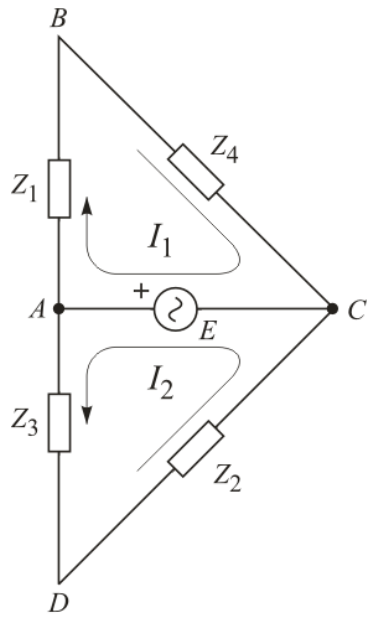
14. Потребно је одредити напон између тачака  $B$  и  $D$  ( $E_T$ ) и отпорност између тих тачака ( $Z_T$ ) када је импеданса  $Z_p$  искључена из кола.

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4} = (2 - j2)A$$

$$\underline{E}_T = \underline{Z}_3 \underline{I}_2 - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = (-10 + j30)V$$

$$\underline{Z}_T = 2 \cdot \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4} = (4 + j8)\Omega$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_T}{\underline{Z}_T + \underline{Z}_p} = (2 + j4)A$$



**Девето републичко такмичење (решења)**  
**Јун 2003.**

1. Тачан одговор је под б).
2. Тачан одговор је под г).

$$u_1(t) = U_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_2(t) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Из горњих израза следи да напон  $u_1$  предњачи напону  $u_2$  за  $\frac{\pi}{2}$

3. Тачан одговор је под б).
4. Тачан одговор је под б).
5. Тачан одговор је под в).
6. Тачан одговор је под а).
7. Тачан одговор је под а).
- 8.

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad \text{период осциловања пре промене капацитивности}$$

кондензатора и индуктивности калема

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{4LC}} = \frac{\omega_1}{2} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \quad \text{период осциловања после промене капацитивности}$$

кондензатора и индуктивности калема

Период осциловања се повећа два пута.

9. Снаге су:

$$\underline{Z}_E = \frac{(R + jX_L) \cdot (-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} = 20\Omega$$

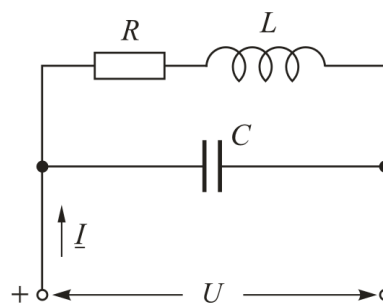
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E} = (5 + j5)A$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 1000VA$$

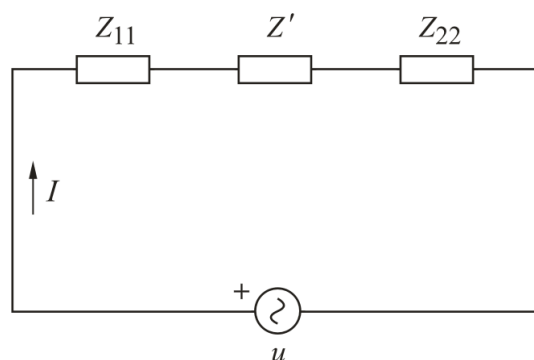
$$S = 1000VA$$

$$P = 1000W$$

$$Q = 0VAr$$



10. Са  $Z_1$  обележићемо еквивалентну импедансу паралелне везе калема  $L_1$  и кондензатора  $C_1$ , са  $Z_2$  еквивалентну импедансу паралелне везе калема  $L_2$  и



кондензатора  $C_2$ , а са  $Z$  еквивалентну импедансу редне везе кондензатора  $C$  и отпорника  $R$ .

$$\underline{Z}_1 = \frac{jX_{L1} \cdot (-jX_{C1})}{jX_{L1} - jX_{C1}} = j80\Omega$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{jX_{L2} \cdot (-jX_{C2})}{jX_{L2} - jX_{C2}} = -j60\Omega$$

$$\underline{Z} = R - jX_C = (50 - j20)\Omega$$

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z} = 50\Omega$$

$$\underline{U} = \frac{100}{\sqrt{2}}(\cos 0^\circ + j \sin 0^\circ)V = 50\sqrt{2}V$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E} = \sqrt{2}A$$

$$I = \sqrt{2}A$$

$$i(t) = 2 \sin \omega t$$

11. Тражимо импедансу:

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = jVA$$

$$\underline{S}_3 = P_3 + jQ_3 = \sqrt{3}VA$$

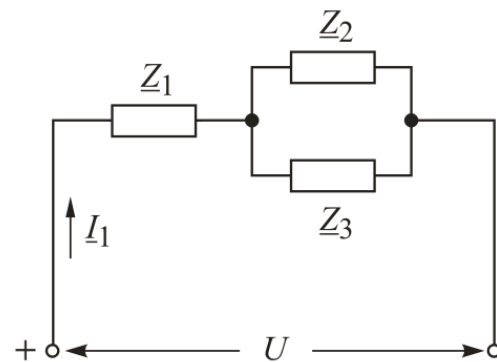
$$\underline{Y}_E = \frac{1}{\underline{Z}_E} = \frac{1}{4}e^{j30}$$

$$\underline{S}_E = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$$

$$\underline{S}_E = U^2 \underline{Y}_E^* = (2\sqrt{3} - j2)VA \Rightarrow S_E = 4VA$$

$$\underline{S}_1 = (\sqrt{3} - j3)VA; I_1 = \frac{S_E}{U}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{S}_1}{I_1^2} = (\sqrt{3} - j3)\Omega$$

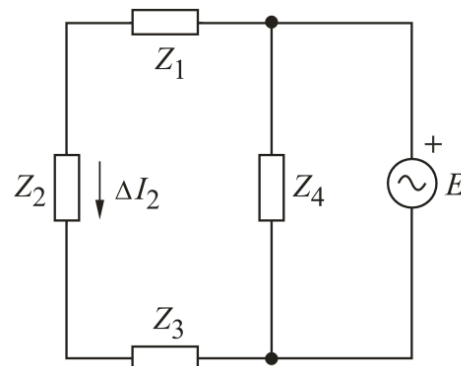


12. Задатак се може најједноставније решити применом принципа суперпозиције. Када се отвори прекидач, укључује се у коло грана са напонским генератором  $E$ , чији се допринос струји  $I_2$  може одредити искључивањем осталих генератора из кола (уклањањем струјног генератора  $I_g$  - уместо њега остаје отворена веза, и кратким спајањем генератора  $E_1$ ).

$$\underline{E} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)\Delta I_2$$

$$\underline{E} = (12 + j8)V$$

Задатак се може решити и на други начин: потребно је прво одредити струју  $I_2$  када је прекидач затворен (генератор  $E$  није



укључен у коло; коло има две контуре) неком од метода за решавање сложених кола, а затим то исто урадити за случај када је прекидач отворен (генератор  $E$  се налази у колу; коло има три контуре) и на крају одредити промену струје. Овај начин решавања се оставља читаоцу.

13. Ефективна вредност струје у колу:

$$I^2 = \frac{Q_2}{X_2} = 25\sqrt{2}mA$$

Резистанса редне везе:

$$R_E = \frac{P_E}{I^2} = 4k\Omega$$

Суцептанса редне везе:

$$B_E = -\frac{X_E}{R_E^2 + X_E^2}, \text{ где је } X_E \text{ реактанса редне везе}$$

Решавањем горњег израза по  $X_E$  добијамо  $X_E = 4k\Omega$

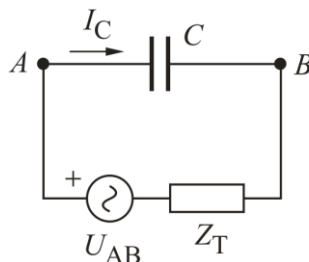
$$X_1 = X_E - X_2 = 6k\Omega$$

$$R_1 = \sqrt{Z_1^2 - X_1^2} = 3k\Omega$$

$$R_2 = R_E - R_1 = 1k\Omega$$

14. Задатак се може решити применом Тевененове теореме. Одредићемо  $\underline{E}_T$  и  $\underline{Z}_T$  у односу на тачке А и В а затим одредити струју  $I_C$  из израза

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{E}_T}{\underline{Z}_T - jX_C}$$



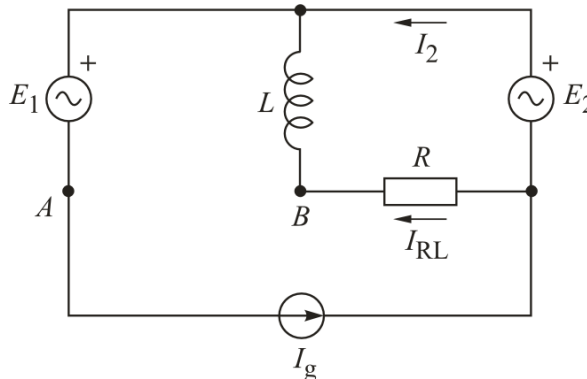
$$\underline{I}_{RL} = -\frac{\underline{E}_2}{R + jX_L} = (1 - j2)A$$

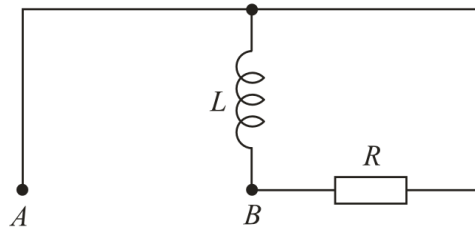
$$\underline{E}_T = \underline{E}_2 + \underline{I}_{RL}R + -\underline{E}_1 = -2V$$

$$\underline{Z}_T = \frac{R \cdot jX_L}{R + jX_L} = (1 + j1)\Omega$$

$$\underline{I}_C = -2A$$

$$I_C = 2A$$





**Десето републичко такмичење (решења)**  
**Јун, 2004.**

1. Тачан одговор је под б).
2. Тачан одговор је под а).
3. Тачан одговор је под б).
4. Тачан одговор је под а).
5. Тачан одговор је под г).
6. Тачан одговор је под б).
7. Тачан одговор је под в).

$$8. f = \frac{pn}{60} = \frac{2 \cdot 1500}{60} = 50 \text{ Hz}$$

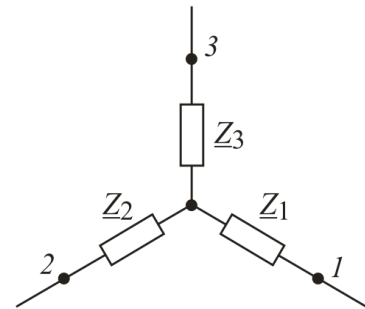
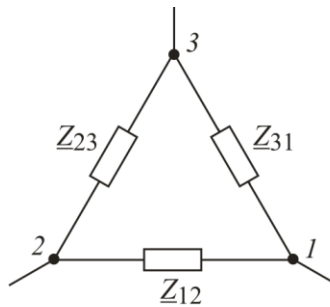
$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$$

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{314}{2} \text{ rad/s} = 157 \text{ rad/s}$$

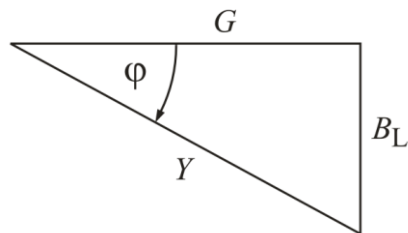
$$9. \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{31} \cdot \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$



$$10. \frac{-\pi}{2} < \varphi < 0 \text{ (четврти квадрант)}$$



$$11. e_2(t) = \sqrt{2} E_2 \sin(314t + \theta_2)$$

$$\theta_2 = \varphi_{21} + \theta_1$$

$$\varphi_{21} = \omega \Delta t = 2\pi f \cdot \Delta t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3}$$

$$e_2(t) = \sqrt{2} 40 \sin(314t + \frac{\pi}{3}), \text{ фазни померај је } \frac{\pi}{2} \Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 50 \text{ V}$$

12. На основу теореме о прилагођењу пријемника по снази, средња снага пријемника има максимум када његова комплексна импеданса износи:

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_g^* = (5 + j20)\Omega$$

$$E = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \text{ V}$$

$$(P_p)_{\max} = \frac{E^2}{4R_g} = 10 \text{ W}$$

13.  $\underline{S}_{I_g} = \underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_g^*$

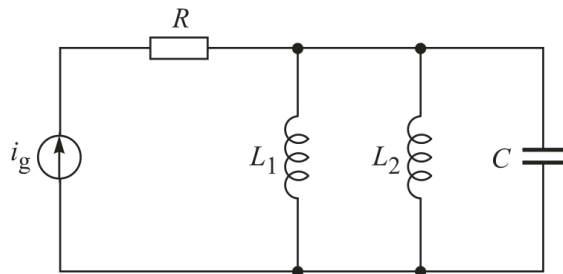
$$\underline{Y}_{23} = -j \left( \frac{1}{\omega L_1} + \frac{1}{\omega L_2} \right) + j\omega C = -j0,15$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{1}{\underline{Y}_{23}} = j10\Omega$$

$$\underline{Z}_{E13} = R + \underline{Z}_{23} = (10 + j10)\Omega$$

$$\underline{U}_{13} = \underline{I}_g \cdot \underline{Z}_{E13} = 20 \text{ V}$$

$$\underline{S}_{I_g} = \underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_g^* = (20 + j20) \text{ VA}$$



14.  $I_R = \frac{U}{R} = 10 \text{ A}$ ,  $I_L = \frac{U}{X_L} = 20 \text{ A}$ ,  $I_C = \frac{U}{X_C} = 10 \text{ A}$ ,

Паралелна RLC веза :  $\Rightarrow I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = 10\sqrt{2} \text{ A}$

$$\varphi = \arctg \frac{I_C - I_L}{I_R} = \arctg(-1) \Rightarrow \varphi = -45^\circ$$

$I_L > I_C \Rightarrow i(t)$  касни за напоном  $u(t)$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 45^\circ) = 20 \sin(314t - 45^\circ)$$

15. Усвојимо да је:  $\theta_E = 0$

$$\underline{I}_2 = I_2 e^{j\pi/2} = 2(\cos \frac{\pi}{2} + j\sin \frac{\pi}{2}) = j2 \text{ A}$$

$$\underline{I}_g = I_g e^{j2\pi/3} = 2\sqrt{3}(\cos \frac{2\pi}{3} + j\sin \frac{2\pi}{3}) = (-\sqrt{3} + j\sqrt{3}) \text{ A}$$

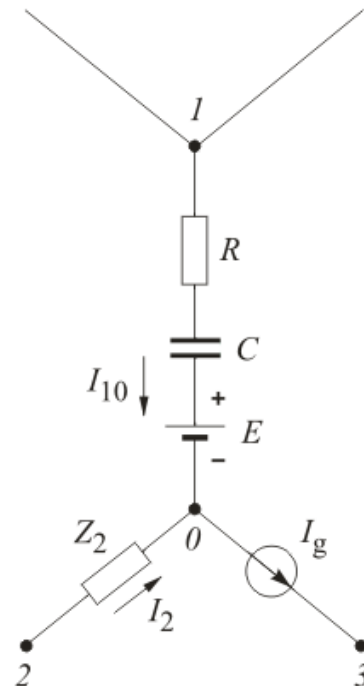
$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_g - \underline{I}_2 = (-\sqrt{3} + j) \text{ A}$$

$$\underline{Z}_{10} = R - jX_C = R - jZ_C = (5\sqrt{3} - j5)\Omega$$

$$\underline{U}_{10} = \underline{E} + \underline{Z}_{10} \underline{I}_{10} = j10\sqrt{3} \text{ V}$$

$$\underline{S}_{10} = \underline{U}_{10} \cdot \underline{I}_{10}^* = j10\sqrt{3} \text{ V} (10\sqrt{3} - j30) \text{ VA}$$

$$P = \text{Re} \{ \underline{S}_{10} \} = 10\sqrt{3} \text{ W}$$

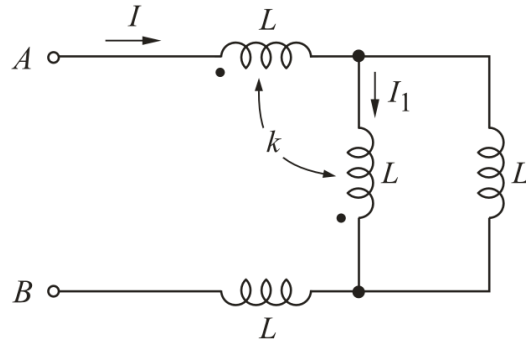


$$16. L_{12} = -k\sqrt{L_1 L_2}$$

$$L_{12} = -L$$

$$\underline{U}_{AB} = j\omega L \underline{I} + j\omega L_{12} \underline{I} + j\omega L \underline{I}_1 + j\omega L_{12} \underline{I}_1 + j\omega L \underline{I}$$

$$L_{12} = -L \Rightarrow \underline{U}_{AB} = j\omega L \underline{I} = (-500 + j1000) \text{V}$$



**Виша електротехничка школа у Београду, Војводе Степе 283, [www.vets.edu.yu](http://www.vets.edu.yu)  
Тел: 011 2471-365; Факс: 011 2471-099, Студ. сл: 011 469-508; Рач.: 011 2466-015;**

У Вишој електротехничкој школи организоване су на осам смерова трогодишње студије електротехнике, рачунарства и информатике по најсавременијим програмима и европским стандардима.

- **Аутоматика (А).** На смеру Аутоматика студенти стичу теоријска и практична знања потребна за одржавање и експлоатацију савремених електронских и рачунарских система аутоматског управљања у енергетско–процесној техници.
- **Електроника (ЕЛ).** На смеру Електроника студенти изучавају принципе аналогних и дигиталних електронских уређаја у телекомуникацијама, радио и ТВ техници, медицинској електроници, техници мерења и електроенергетици.
- **Енергетика (ЕН).** На смеру Енергетика студенти се оспособљавају за пројектовање, експлоатацију и одржавање електромоторних погона, инсталација и електроенергетских постројења и система, уз употребу савремених рачунарских и комуникационих технологија.
- **Рачунарска техника.** На смеру Рачунарска техника студенти изучавају савремени хардвер, синтезу микрорачунарских структура и оспособљавају се за програмирање и коришћење апликативног софтвера у техничким и информационим системима.
- **Аудио и ТВ технологије (АТВ).** На овом смеру студенти стичу основна теоријска и практична знања и вештине из рачунарских технологија за мултимедијалну продукцију и презентацију, из аудио и ТВ технологија неопходних за рад у савременом музичком и ТВ студију и за рад са различитим аудио и ТВ уређајима и системима
- **Менаџмент у електротехници (МЕТ).** На овом смеру студенти се, поред тога што стичу знања о електротехничким уређајима и системима, оспособљавају и за управљање кадровима и трошковима, као и за друге области менаџмента у електротехници, чиме се припремају за руковођење радним јединицама и сопственим фирмама.
- **Нове рачунарске технологије (НРТ).** На овом смеру студенти се оспособљавају за практичну примену софтверских и хардверских рачунарских технологија, као што су рачунарске мреже, објектно и Интернет програмирање, мултимедијалне технологије и технологије интелигентног управљања.
- **Електронско пословање (ЕПО).** На овом смеру студенти се оспособљавају за израду и примену сервиса и технологија за пословање на Интернету, за Интернет маркетинг, вођење електронске трговине и других облика електронског пословања (e-Business).

На Вишој електротехничкој школи студенти се припремају да постану, пре свега, добри инжењери у пракси. Велика пажња се поклања лабораторијским вежбама, где се студенти упознају са примењеном електротехником и информатиком и мотивишу за практичан рад у струци. Наставници школе су искусни инжењери и признати научници, који су радили и раде у институтима и привреди, на развоју, производњи и одржавању електротехничке опреме.

Осим кадровских, Школа поседује изузетне инфраструктурне ресурсе:

- преко 4000 метара квадратних са 1100 седишта,
- 22 различите лабораторије са савременом опремом,
- тонски и видео студио, библиотека и читаоница,
- моћну рачунарску мрежу са 500 прикључака везану на Интернет,
- 200 рачунара и 10 видео пројектора. у настави

CIP – Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

**37 . 016:621 . 3(075 . 3)(079 . 1)**

**ЗБИРКА задатака и тестова знања из основа електротехнике 2:** (регионална и републичка такмичења ученика првог разреда електротехничких школа) / [уредник Томислав Радојковић]. – Ниш: Заједница електротехничких школа Републике Србије, 2004 (Аранђеловац: Графопак). - 155 стр. : граф. прикази; 24 cm

Тираж: 1.000.

**ISBN 86-906595-1-X**

**COBISS. SR-ID 119763980**