



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА  
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ  
ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ



## ДВАДЕСЕТЧЕТВРТО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

РЕШЕЊА

ИЗ

## ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

ЗА УЧЕНИКЕ ДРУГОГ РАЗРЕДА

Број задатка

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно
Број бодова												
10	7	4 -1	4 -1	5	3 -1	10	14	9	15	12	7	100 -3

јун 2018.



## УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. На питања са предложеним одговором за погрешан одговор добијају се негативни бодови. Уколико такмичар изостави јединицу у резултату, одузима се 1 бод. Највећи могући укупан број бодова је 100.

## САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

Уколико нисте потпуно сигурни који од предложених одговора на постављено питање треба заокружити, таква питања треба оставити без одговора. Тако се не добијају бодови “на срећу”, али се сигурно избегавају негативни бодови.

Није мудро да се дуго задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

# Срећно!



1. Комплексни представник простопериодичне струје  $i_1(t)$  је  $\underline{I}_1 = (2 + j) \text{ A}$ . Колики је комплексни представник струје  $i_2(t) = i_1(t - \frac{T}{4})$ , где је  $T$  период?

$$i_1(t) = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$$

$$i_2(t) = i_1\left(t - \frac{T}{4}\right) = I_{1m} \sin\left(\omega\left(t - \frac{T}{4}\right) + \psi_1\right)$$

$$= I_{1m} \sin\left(\omega t - \omega \frac{T}{4} + \psi_1\right)$$

$$= I_{1m} \sin\left(\omega t + \psi_1 - \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{4}\right)$$

$$= I_{1m} \sin\left(\omega t + \psi_1 - \frac{\pi}{2}\right) \quad 4 \text{ бода}$$

$$\underline{I}_2 = I_1 e^{j(\psi_1 - \frac{\pi}{2})} = I_1 e^{j\psi_1} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad 2 \text{ бода}$$

$$= \underline{I}_1 e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad 2 \text{ бода}$$

$$= (2 + j) \left( \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) \text{ A}$$

$$= (2 + j)(-j) \text{ A}$$

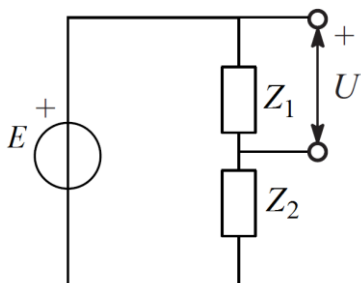
$$= (1 - j2) \text{ A} \quad 2 \text{ бода}$$





2. Просто коло простопериодичне струје, приказано на слици, састоји се од идеалног напонског генератора и два пасивна пријемника. Да ли за количник ефективних вредности напона  $U$  и електромоторне силе  $E$  може важити да је  $\frac{U}{E} > 1$ ?

Одговор образложити или поткрепити нумеричким примером.



Количник  $\frac{U}{E} = \frac{|Z_1|}{|Z_1 + Z_2|}$  може бити већи од 1 ако су пријемници супротних карактера.

Као пример, ако је  $\underline{Z}_1 = (100 + j100) \Omega$ , а  $\underline{Z}_2 = -j100 \Omega$ , тада је  $\frac{U}{E} = \frac{|Z_1|}{|Z_1 + Z_2|} = \sqrt{2} > 1$ .

7 бодова



3. Средња вредност наизменичне струје  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$  [A] се израчунава као:

а)  $I_{sr} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} I_m$

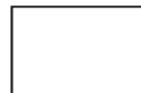
б)  $I_{sr} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} I_m$

в)  $I_{sr} = \frac{\pi}{2} I_m$

г)  $I_{sr} = \frac{2}{\pi} I_m$  4/-1

д)  $I_{sr} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_m$

ђ)  $I_{sr} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_m$





4. У колу наизменичне струје, напон на крајевима отпорности је  $u(t) = 50\sqrt{2} \sin(\omega t)$  [V]. Ако амперметар прикључен на ред са датим отпорником показује струју  $\sqrt{2}$  A, одредити отпорност отпорника.

а)  $R = 25 \Omega$

б)  $R = 25\sqrt{2} \Omega$  4/-1

в)  $R = 50 \Omega$

г)  $R = 50\sqrt{2} \Omega$

д)  $R = 100 \Omega$

ђ)  $R = 100\sqrt{2} \Omega$

Одговор образложити.

Амперметар показује ефективну вредност струје, па је  $R = \frac{U}{I} = \frac{50 \text{ V}}{\sqrt{2} \text{ A}} = 25\sqrt{2} \Omega$ .

5. Адмитанса пријемника је  $Y = 100 \Omega$ , а кондуктанса  $G = 80 \Omega$ . Одредити његову сусцептансу,  $B$ .

Сусцептанса пријемника је:

$$B = \pm \sqrt{Y^2 - G^2} = \pm 60 \Omega. \quad 5 \text{ бодова}$$

6. Калем је прикључен на идеални напонски генератор простопериодичног напона. Ако је тренутна снага калема негативна, калем:

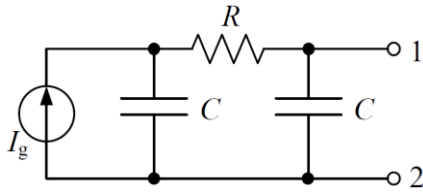
а) прима енергију од генератора

б) враћа енергију генератору 3/-1

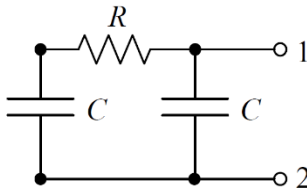
в) прима или враћа енергију генератору у зависности од индуктивности



7. У мрежи простопериодичне струје са слике је  $\underline{I}_g = -j \text{ A}$  и  $R = \frac{1}{\omega C} = 10 \Omega$ . Нацртати Тевененов генератор за ову мрежу и израчунати његове параметре.



Коло за одређивање  $\underline{Z}_T$  је дато на слици: 1 бод



$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_{12} = \frac{(R - j\frac{1}{\omega C})(-j\frac{1}{\omega C})}{R - j\frac{1}{\omega C} - j\frac{1}{\omega C}} = (2 - j6)\Omega$$

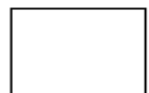
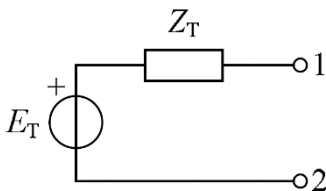
1 бод      1.5 бодова      1 бод

Коришћењем обрасца за струјни разделник, може се одредити  $\underline{E}_T$ :

$$\underline{E}_T = \underline{U}_{12} = -j\frac{1}{\omega C} \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{R - j\frac{1}{\omega C} - j\frac{1}{\omega C}} \underline{I}_g = (-4 + j2)V.$$

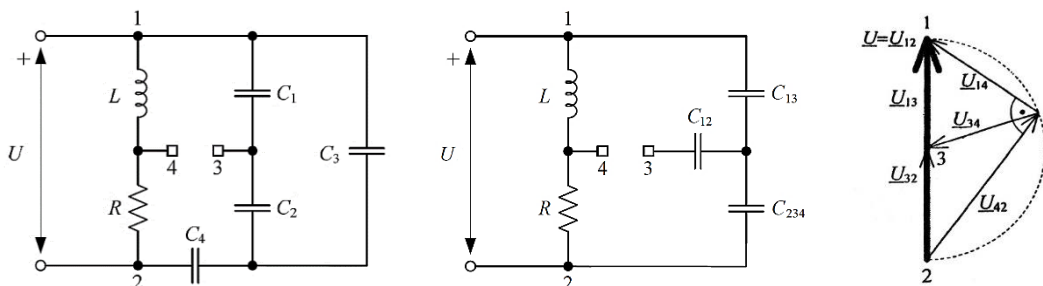
1 бод      1.5 бодова      1 бод

Тевененов генератор за ову мрежу је приказан на слици: 2 бода





8. У делу кола простопериодичне струје на слици познато је  $C_1 = 3 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 6 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 2 \text{ nF}$ ,  $C_4 = 12 \text{ nF}$  и  $U = 220 \text{ V}$ . Одредити ефективну вредност напона  $U_{34}$ .



Трансфигурацијом троугла капацитивности  $C_1 - C_2 - C_3$  у звезду и додавањем капацитивности  $C_4$  добија се коло са слике у коме је  $C_{13} = 6 \text{ nF}$  и  $C_{234} = 6 \text{ nF}$ .

$$\underline{Z}_{13} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_3}}{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_3}} = \frac{1}{j\omega 6 \text{ nF}} \Rightarrow C_{13} = 6 \text{ nF} \quad 2 \text{ бода}$$

Слично,  $C_{23} = 12 \text{ nF}$ . Одатле је  $C_{234} = \frac{C_{23} C_4}{C_{23} + C_4} = 6 \text{ nF}$ . 2 бода + 1 бод

Како је  $C_{13} = C_{234}$ , то је  $\underline{U}_{32} = \underline{U}_{13} = \frac{U}{2}$ . 3 бода

**I начин:**

$$\text{Сада је: } \underline{U}_{34} = \frac{U}{2} - \frac{R}{R + j\omega L} U = -\frac{U}{2} \left( \frac{2R}{R + j\omega L} - 1 \right) = -\frac{U}{2} \frac{R - j\omega L}{R + j\omega L}, \quad 2 \text{ бода}$$

а тражена ефективна вредност је:  $U_{34} = \frac{U}{2} \left| \frac{R - j\omega L}{R + j\omega L} \right| = \frac{U}{2} = 110 \text{ V}$ . 2 бода

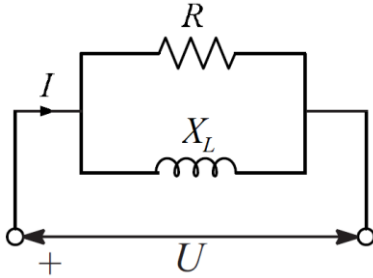
**II начин:**

Задатак се може решити и цртањем фазорског дијаграма напона за задато коло (3 бода). Напон  $\underline{U}_{14}$  фазно предњачи напону  $\underline{U}_{42}$  за  $\pi/2$ , и при томе је  $|\underline{U}_{14} + \underline{U}_{42}| = U$ , тј.  $U_{14}^2 + U_{42}^2 = U^2$ . Почетак фазора напона калема  $\underline{U}_{14}$  и почетак фазора напона  $\underline{U}_{34}$  се налазе на полукругу над фазором напона  $\underline{U}$  као пречником. Дужина фазора  $\underline{U}_{34}$  једнака је полупречнику тог круга  $U_{34} = \frac{U}{2} = 110 \text{ V}$  (3 бода).





9. За коло наизменичне струје на слици одредити  $\frac{R}{X_L}$  при коме је однос активне и реактивне снаге кола  $P:Q = 3:4$ .



$$\frac{P}{Q} = \frac{UI \cos \phi}{UI \sin \phi} = \operatorname{ctg} \phi \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

Дакле,  $\operatorname{ctg} \phi = \frac{3}{4}$ , па је  $\operatorname{tg} \phi = \frac{4}{3}$ . 1 бод

Како је  $\underline{Z}_e = \frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2} + j \frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2} = R_e + jX_e$ , може се одредити:  
2 бода

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{X_e}{R_e} = \frac{\frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2}}{\frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2}} = \frac{R}{X_L} \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

Коначно,  $\frac{R}{X_L} = \frac{4}{3}$ . 1 бод

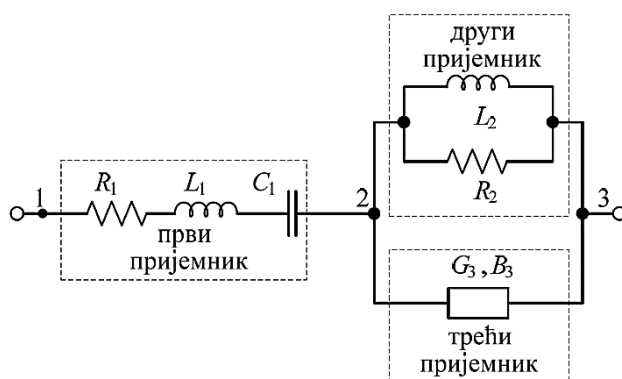






10. За мрежу простопериодичне струје са слике познато је  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $L_1 = 4 \text{ mH}$ ,  $C_1 = 200 \mu\text{F}$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $L_2 = 4/3 \text{ mH}$ ,  $G_3 = 50 \text{ mS}$ , активна снага првог пријемника  $P_1 = 150 \text{ W}$ , активна снага другог пријемника  $P_2 = 40 \text{ W}$  и реактивна снага трећег пријемника  $Q_3 = -40 \text{ VAR}$ . Израчунати:

- а) привидну ( $S_{23}$ ), активну ( $P_{23}$ ) и реактивну снагу ( $Q_{23}$ ) паралелне везе другог и трећег пријемника,  
 б) реактивну снагу другог пријемника ( $Q_2$ ),  
 в) кружну учестаност  $\omega$ .



- а) Из активне снаге другог пријемника може се израчунати ефективна вредност напона  $U_{23}$ :

$$P_2 = \frac{U_{23}^2}{R_2} \Rightarrow U_{23} = \sqrt{P_2 R_2} = 20 \text{ V} \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

Ефективна вредност струје првог пријемника је  $I_{12} = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = 5 \text{ A}$  (1 бод). Привидна снага паралелне везе другог и трећег пријемника је  $S_{23} = U_{23} I_{12} = 100 \text{ VA}$  (1 бод).

Такође, за паралелну везу другог и трећег пријемника важи да је:

$$S_{23}^2 = P_{23}^2 + Q_{23}^2 \Rightarrow Q_{23} = \pm \sqrt{S_{23}^2 - P_{23}^2} = \pm 80 \text{ VAR}, \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

где је  $P_{23} = P_2 + P_3 = P_2 + G_3 U_{23}^2 = 40 \text{ W} + 20 \text{ W} = 60 \text{ W}$ . 1 бод + 1 бод

- б) Реактивна снага другог пријемника је:

$$Q_2 = Q_{23} - Q_3 = (\pm 80 - (-40)) \text{ VAR} = (\pm 80 + 40) \text{ VAR} \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

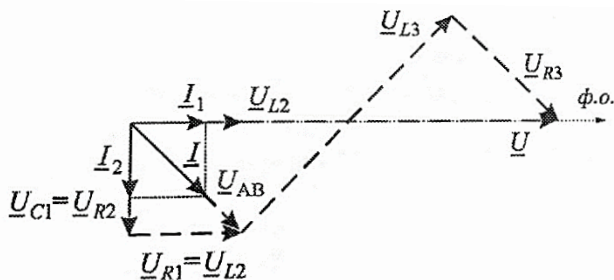
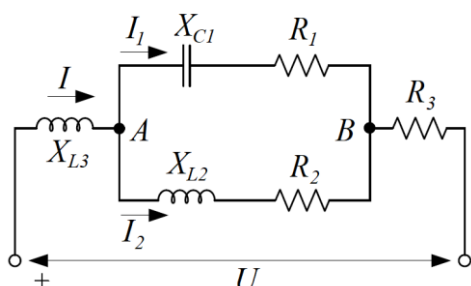
Како је други пријемник претежно индуктиван, закључује се да је  $Q_2 = 120 \text{ VAR}$ . 2 бода

- в) Из  $Q_2 = -B_2 U_{23}^2$  (1 бод) добија се сусцептанса другог пријемника:  $B_2 = -\frac{Q_2}{U_{23}^2} = -0.3 \text{ S}$  (1 бод), а одатле кружна учестаност:  $B_2 = -\frac{1}{\omega L_2} \Rightarrow \omega = -\frac{1}{B_2 L_2} = 2500 \text{ s}^{-1}$  (1 бод).





11. У колу простопериодичне струје приказаном на слици познато је  $R_1 = R_2 = R_3 = X_{C1} = X_{L2} = X_{L3}/2$ . Цртањем фазорског дијаграма одредити за који угао напон  $\underline{U}_{AB}$  предњачи/касни у односу на напон  $\underline{U}$ .



Претпоставимо да је струја  $\underline{I}_1$  по фазној оси. Знајући међусобни фазни став струје и напона на кондензатору, односно на отпорнику, одређује се напон  $\underline{U}_{AB}$  (2 бода). Како је редна веза  $R_2$  и  $X_{L2}$  импеданса индуктивног карактера, струја  $\underline{I}_2$  ће у односу на напон  $\underline{U}_{AB}$  каснити за  $\pi/4$  и имати исти модуо као и струја  $\underline{I}_1$  (јер су све отпорности у паралелним гранама једнаке) (2 бода). Укупна струја  $\underline{I}$  једнака је збиру струја  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_2$  и њен модуо је  $\sqrt{2}$  пута већи од модула струје  $\underline{I}_1$ , односно  $\underline{I}_2$  (1 бод). Напон на  $X_{L3}$  у односу на струју  $\underline{I}$  предњачи за  $\pi/2$  и по модулу је  $2\sqrt{2}$  пута већи од напона на појединим елементима паралелне везе (2 бода). Напон на  $R_3$  је у фази са струјом  $\underline{I}$  и по модулу је  $\sqrt{2}$  пута већи од модула напона на појединим елементима паралелне везе (2 бода). Укупан напон  $\underline{U}$  једнак је збиру напона  $\underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{L3}$  и  $\underline{U}_{R3}$ . Овај напон се просторе по фазној оси (2 бода). Закључује се да напон  $\underline{U}_{AB}$  касни за  $\pi/4$  у односу на напон  $\underline{U}$  (1 бод).





12. Одредити највећу струју у колу редне  $RLC$  везе, ако је познато  $U = 200\text{ V}$ ,  $R = 20\ \Omega$ ,  $L = 250\text{ mH}$  и  $C = 256\ \mu\text{F}$ . При којој кружној учестаности се јавља та струја?

Струја је у колу највећа када је коло у резонанси и износи:

$$I = \frac{U}{R} = 10\text{ A.} \quad 3.5 \text{ бодова}$$

Резонантна учестаност је:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 125\text{ s}^{-1}. \quad 3.5 \text{ бодова}$$





[www.viser.edu.rs](http://www.viser.edu.rs)

**ОСНОВЕ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ, ДВАДЕСЕТЧЕТВРТО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ, јун 2018.**