



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА  
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ  
ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ



## ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

РЕШЕЊА

ИЗ

# ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

ЗА УЧЕНИКЕ ПРВОГ РАЗРЕДА

Број задатка
--------------

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно
Број бодова												
6 -2	8	8	8	9	8	8	12	10	5 -2	9	9	100 -4

мај 2016.



## УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. На питања са предложеним одговором за погрешан одговор добијају се негативни бодови. Највећи могући укупан број бодова је 100.

## САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

Уколико нисте потпуно сигурни који од предложених одговора на постављено питање треба заокружити, таква питања треба оставити без одговора. Тако се не добијају бодови “на срећу”, али се сигурно избегавају негативни бодови.

Није мудро да се дуго задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

# Срећно!



1. Који од понуђених услова треба да задовоље наелектрисања  $Q_1$ ,  $Q_2$  и  $Q_3$  да би вектор електричног поља у тачки  $A$  имао правац и смер као на слици?

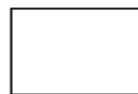
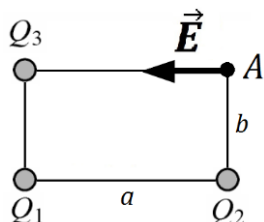
а)  $Q_1 > 0$     $Q_2 < 0$     $Q_3 > 0$

б)  $Q_1 < 0$     $Q_2 > 0$     $Q_3 < 0$    6/-2

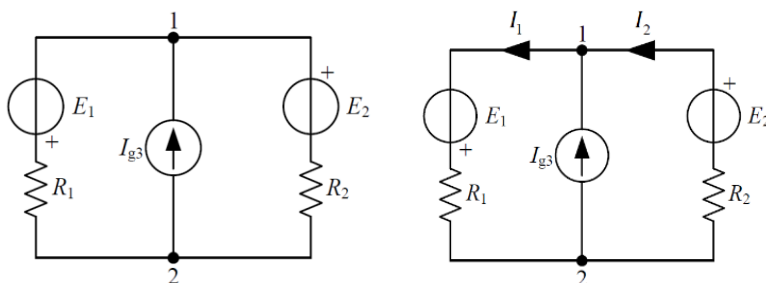
в)  $Q_1 < 0$     $Q_2 < 0$     $Q_3 > 0$

г)  $Q_1 > 0$     $Q_2 > 0$     $Q_3 > 0$

- д) вектор електричног поља у тачки  $A$  не може имати правац и смер као на слици



2. У колу сталне струје са слике  $E_1 = 36 \text{ V}$ ,  $E_2 = 40 \text{ V}$ ,  $R_1 = 400 \Omega$  и  $R_2 = 200 \Omega$ . Израчунати опсег струје  $I_{g3}$  за који се оба идеална напонска генератора понашају као генератори.



Уколико усвојимо смерове струја као на слици, снаге које дају идеални напонски генератори су  $P_{E_1} = E_1 I_1$  и  $P_{E_2} = E_2 I_2$ . Да би се ови генератори понашали као генератори, треба да важи  $P_{E_1} > 0$  и  $P_{E_2} > 0$ . С обзиром на то да је  $E_1 > 0$  и  $E_2 > 0$ , услов задатка ће бити испуњен ако је  $I_1 > 0$  и  $I_2 > 0$ . 2 бода

$$I_1 = I_2 + I_{g3}$$

$$R_1 I_1 - E_1 - E_2 + R_2 I_2 = 0$$

$$\Rightarrow R_1 (I_2 + I_{g3}) - E_1 - E_2 + R_2 I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{E_1 + E_2 - R_1 I_{g3}}{R_1 + R_2} \quad 2 \text{ бода}$$

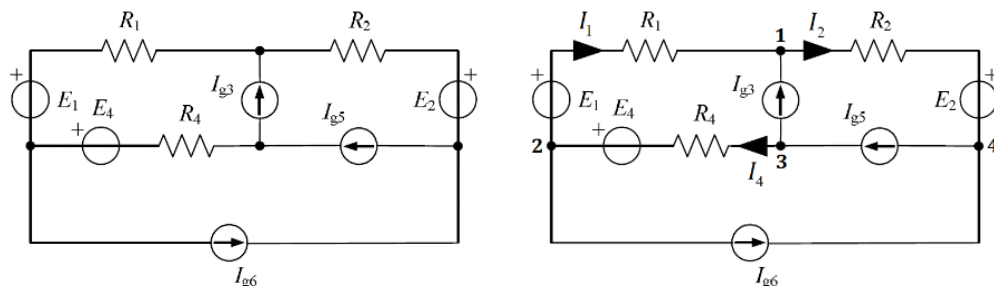
$$I_1 = I_2 + I_{g3} = \frac{E_1 + E_2 + R_2 I_{g3}}{R_1 + R_2} \quad 2 \text{ бода}$$

Заменом бројних вредности, из услова  $I_2 > 0$  се добија да је  $I_{g3} < 190 \text{ mA}$ , док се из услова  $I_1 > 0$  се добија да је  $I_{g3} > -380 \text{ mA}$ . Дакле,  $-380 \text{ mA} < I_{g3} < 190 \text{ mA}$ . 2 бода





3. За коло приказано на слици познато је  $E_1 = 10 \text{ V}$ ,  $E_2 = 40 \text{ V}$ ,  $E_4 = 20 \text{ V}$ ,  $I_{g5} = 20 \text{ mA}$ ,  $I_{g6} = -10 \text{ mA}$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$  и  $R_4 = 3 \text{ k}\Omega$ . Снага отпорника  $R_1$  је  $P_{R_1} = 100 \text{ mW}$ . Израчунати струју струјног генератора  $I_{g3}$ .



$$P_{R_1} = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = \frac{P_{R_1}}{R_1} \Rightarrow I_1^{(1)} = 10 \text{ mA} \text{ и } I_1^{(2)} = -10 \text{ mA}$$

1 бод                      1.5 бод                      1.5 бод

Први Кирхофов закон за чвор 3:  $I_4 = I_{g5} - I_{g3}$

Први Кирхофов закон за чвор 2:  $I_4 = I_1 + I_{g6}$

$$\Rightarrow I_{g5} - I_{g3} = I_1 + I_{g6} \Rightarrow I_{g3} = I_{g5} - I_1 - I_{g6}$$

$$I_{g3}^{(1)} = I_{g5} - I_1^{(1)} - I_{g6} = 20 \text{ mA} - 10 \text{ mA} + 10 \text{ mA} = 20 \text{ mA} \quad 2 \text{ бода}$$

$$I_{g3}^{(2)} = I_{g5} - I_1^{(2)} - I_{g6} = 20 \text{ mA} + 10 \text{ mA} + 10 \text{ mA} = 40 \text{ mA} \quad 2 \text{ бода}$$



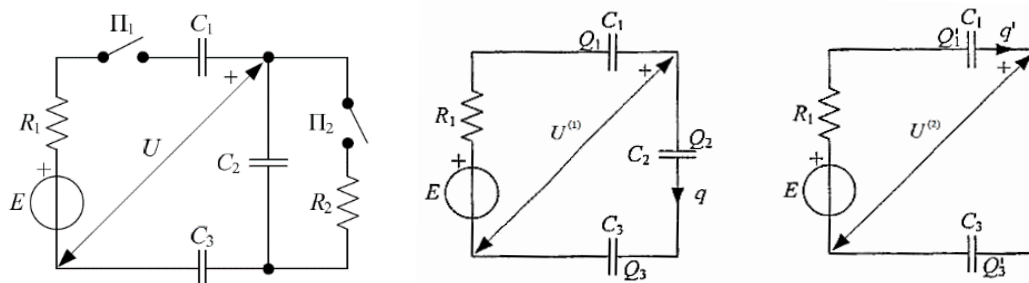
4. Површина попречног пресека проводника ваздушног двожишног вода је  $S$ , а специфична отпорност је  $\rho$ . На једном крају вод је прикључен на генератор сталног напона  $U$ . Због квара, проводници вода су међусобно кратко спојени на непознатом растојању од генератора. У циљу локализације квара, амперметром унутрашње отпорности  $R_A$  измерена је јачина струје у воду,  $I$ . Одредити растојање од почетка вода до места кратког споја.

Јачина струје у воду је  $I = \frac{U}{R_A + 2R}$  (3 бода), где је  $R$  отпорност једног проводног вода од почетка до места кратког споја. Користећи се изразом за отпорност танког жичаног проводника,  $R = \rho \frac{l}{S}$  (3 бода), за растојање до места кратког споја добија се  $l = \frac{S}{2\rho} \left( \frac{U}{I} - R_A \right)$  (2 бода).





5. У колу са слике познато је  $E = 2100 \text{ V}$ ,  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 200 \Omega$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2 \mu\text{F}$  и  $C_3 = 500 \text{ nF}$ . Прекидачи  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  су затворени, а кондензатори су неоптерећени. Најпре се затвори прекидач  $\Pi_1$  и успостави се прво стационарно стање. Затим се затвори и прекидач  $\Pi_2$ , и успостави се друго стационарно стање. Најзад се прекидач  $\Pi_2$  поново отвори. Израчунати напон  $U$  у сва три случаја.



По затварању прекидача  $\Pi_1$ , проток кроз коло је  $q$ . Кондензатори су били неоптерећени пре затварања прекидача, па су коначне оптерећености кондензатора једнаке протоку:  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = q$ . Важи следеће:

$$E - \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} - \frac{Q_3}{C_3} = 0 \Rightarrow q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) = E \Rightarrow q = \frac{E}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \quad 1.5 \text{ бод}$$

Тражени напон је:

$$U^{(1)} = \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_2}{C_2} = q \left( \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} E = 1500 \text{ V} \quad 1.5 \text{ бод}$$

Када се отвори и прекидач  $\Pi_2$ , кондензатор  $C_2$  се испразни кроз отпорник  $R_2$ , а напон тог кондензатора падне на нулу. Од тренутка затварања тог прекидача, па до успостављања новог стационарног стања, кроз генератор протекне наелектрисање  $q'$ . Проток је исти кроз оба кондензатора  $C_1$  и  $C_3$ , па су коначне оптерећености тих кондензатора  $Q'_1 = Q_1 + q'$  и  $Q'_3 = Q_3 + q'$ . За коло сада важи:

$$E - \frac{Q'_1}{C_1} - \frac{Q'_3}{C_3} = 0 \Rightarrow (q' + q) \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \right) = E \Rightarrow Q'_1 = Q'_3 = q' + q = \frac{E}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3}} \quad 1.5 \text{ бод}$$

Тражени напон је:

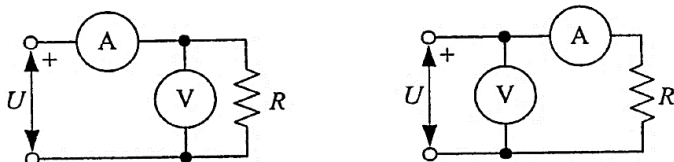
$$U^{(2)} = \frac{Q'_3}{C_3} = \frac{\frac{1}{C_3}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3}} E = 1400 \text{ V} \quad 1.5 \text{ бод}$$

Када се прекидач  $\Pi_2$  поново отвори, у колу се неће ништа променити, неће постојати проток кроз коло, а напон ће остати  $U^{(3)} = U^{(2)} = 1400 \text{ V}$ . 3 бода





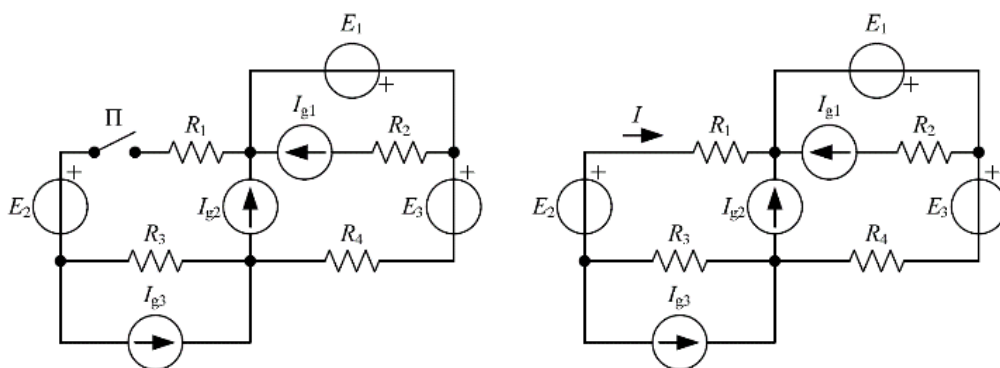
6. Потрошач отпорности  $R = 100 \Omega$  прикључен је на стални напон  $U = 100 V$ . На располагању су волтметар унутрашње отпорности  $R_V = 10 k\Omega$  и амперметар унутрашње отпорности  $R_A = 10 m\Omega$ , који се везују према шемама датим на слици. Одредити отпорност потрошача мерену према првој и другој шеми (преко количника напона волтметра и јачине струје амперметра).



У колу са прве шеме, јачина струје амперметра је  $I_1 = \frac{U}{R_A + \frac{RR_V}{R+R_V}}$  (1.5 бод), а напон волтметра је  $U_1 = \frac{\frac{RR_V}{R+R_V}}{R_A + \frac{RR_V}{R+R_V}} U$  (1.5 бод). Отпорност отпорника мерена према овој шеми је  $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{RR_V}{R+R_V} = 99.01 \Omega$  (1 бод). У колу са друге шеме, напон волтметра је  $U_2 = U$  (1.5 бод), а јачина струје амперметра је  $I_2 = \frac{U}{R_A + R}$  (1.5 бод). Отпорност потрошача мерена према овој шеми је  $R_2 = \frac{U_2}{I_2} = R_A + R = 100.01 \Omega$  (1 бод).



7. У колу сталне струје приказаном на слици је  $E_1 = E_2 = E_3$ ,  $I_{g1} = I_{g2} = I_{g3}$  и  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ . Прекидач П је затворен. При томе снага идеалног напонског генератора емс  $E_2$  износи  $P_{E2} = -30 W$ . Затим се прекидач П отвори. Израчунати прираштај снаге идеалног напонског генератора емс  $E_1$  настао услед отварања прекидача.



П затворен:  $P_{E2} = E_2 I = -30 W$  2 бода

П отворен:  $P'_{E1} = E_1 (I_{g1} + I_{g2})$  2 бода

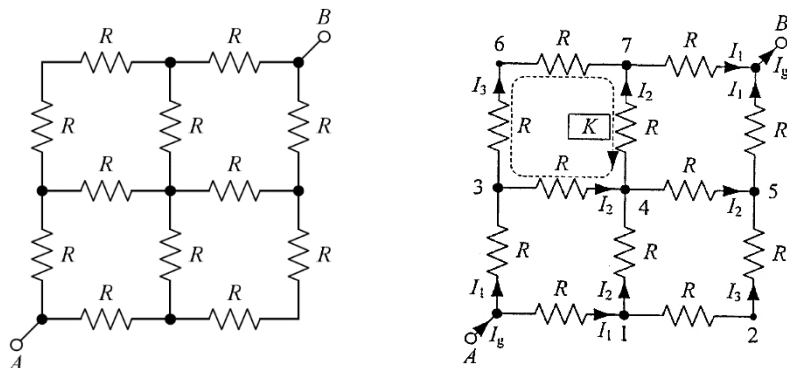
П затворен:  $P''_{E1} = E_1 (I_{g1} + I_{g2} + I) = P'_{E1} + E_1 I = P'_{E1} + E_2 I = P'_{E1} + P_{E2}$  2 бода

$\Rightarrow \Delta P_{E1} = P'_{E1} - P''_{E1} = -P_{E2} = 30 W$  2 бода



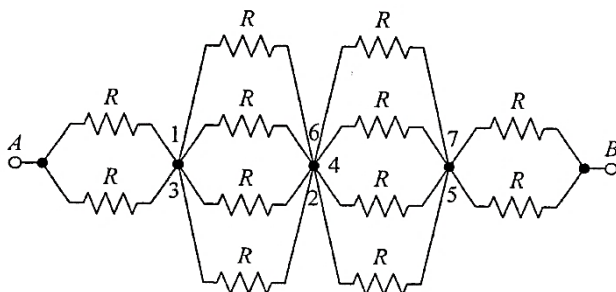


8. На слици је приказана мрежа за коју је  $R = 10 \Omega$ . Израчунати еквивалентну отпорност између тачака  $A$  и  $B$ .



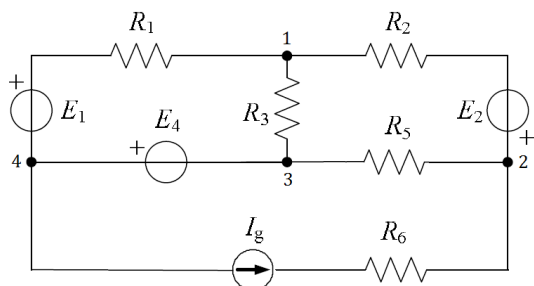
Побуђујући задату мрежу идеалним струјним генератором, струје  $I_g$ , везаним између тачака  $A$  и  $B$ , еквивалентна отпорност се може одредити као  $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_g}$ . Због симетрије, расподела струје у мрежи је као на слици (4 бода). По другом Кирхофовом закону, за контуру  $K$  је  $-2RI_3 + 2RI_2 = 0$ , одакле је  $I_2 = I_3$  (1.5 бод). По првом Кирхофовом закону, за чвор 3 је  $I_2 + I_3 = I_1$ , па је  $I_1 = 2I_3$  (1.5 бод), док је за чвор  $A$   $I_g = 2I_1 = 4I_3$  (1.5 бод). Напон између тачака  $A$  и  $B$  је  $U_{AB} = 2RI_1 + 2RI_3 = 6RI_3$  (1.5 бод), па је  $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_g} = \frac{3}{2}R = 15 \Omega$  (2 бода).

До решења се може доћи и на следећи начин. Са горње слике се види да су на истом потенцијалу тачке 3 и 1, тачке 6, 4 и 2, а такође и тачке 7 и 5. Одговарајуће тачке се могу кратко спојити, чиме се добије мрежа као на слици датај у наставку. Сада је  $R_{AB} = \frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R = 15 \Omega$ .





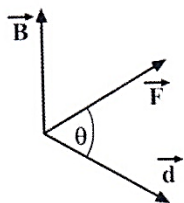
9. За коло сталне струје са слике познато је  $E_1 = 12\text{ V}$ ,  $E_2 = 10\text{ V}$ ,  $E_4 = 25\text{ V}$ ,  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 8\text{ k}\Omega$  и  $R_6 = 10\text{ k}\Omega$ . Израчунати отпорност  $R_1$  и струју струјног генератора  $I_g$  тако да буде  $I_{41} = 10\text{ mA}$  и  $U_{21} = 50\text{ V}$ .



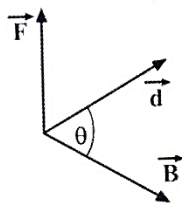
На основу израза  $U_{21} = R_2 I_{21} + E_2$  добија се  $I_{21} = 20\text{ mA}$  (2 бода). Из првог Кирхофовог закона за чвор 1 је  $I_{13} = I_{41} + I_{21} = 30\text{ mA}$  (2 бода). За контуру 1 – 2 – 3 – 1 може се писати  $U_{21} - R_5 I_{23} + R_3 I_{13} = 0$ , одакле је  $I_{23} = 10\text{ mA}$  (2 бода). Струја струјног генератора се добија из првог Кирхофовог закона за чвор 2:  $I_g = I_{23} + I_{21} = 30\text{ mA}$  (2 бода). За контуру 3 – 4 – 1 – 3 важи  $E_4 + E_1 - R_1 I_{41} - R_3 I_{13} = 0$ , па је тражена отпорност  $R_1 = 700\ \Omega$  (2 бода).



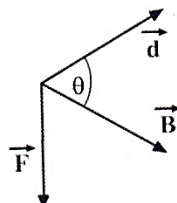
10. Уколико су познати вектор магнетне индукције  $\vec{B}$  и вектор правца проводника  $\vec{d}$ , означити слику која показује исправан смер електромагнетне силе  $\vec{F}$ .



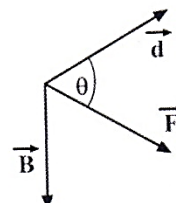
а)



б)

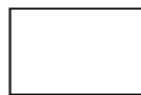


в)



г)

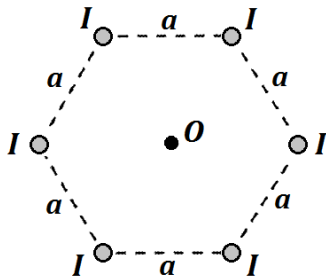
Тачан одговор: в) 5/-2



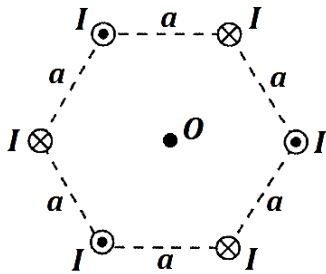




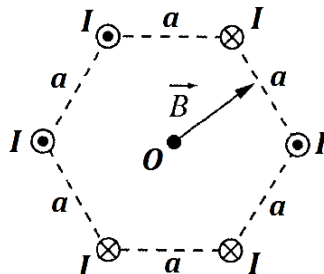
11. Шест неограничено дугих паралелних проводника распоређено је у попречном пресеку у темена правилног шестоугла странице  $a$ , као на слици. Растојање од било ког темена шестоугла до тачке  $O$  износи  $a$ . Кроз проводнике протичу струје исте јачине  $I$ , три у једном и три у другом смеру. У зависности од комбинације смерова струја кроз проводнике, интензитет вектора магнетне индукције у тачки  $O$  може имати различите вредности. Одредити те вредности.



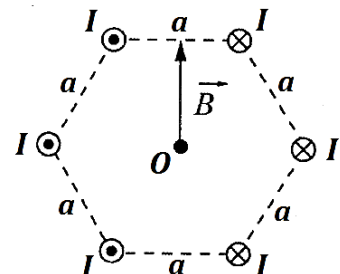
Могуће су само три суштински различите комбинације смерова струја кроз проводнике, и оне су приказане на слици.



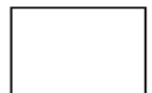
$$B = 0 \quad 3 \text{ бода}$$



$$B = 2 \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad 3 \text{ бода}$$

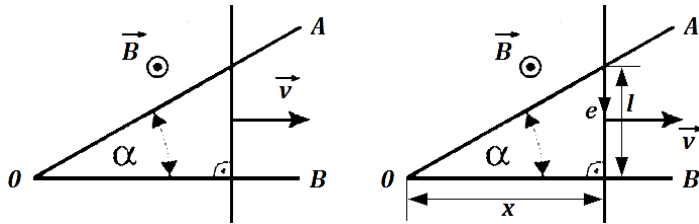


$$B = 4 \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad 3 \text{ бода}$$





12. По проводним шинама  $A$  и  $B$ , које стоје под углом  $\alpha$ , полазећи у тренутку  $t = 0$  из тачке  $O$ , клизи прав проводник сталном брзином  $v$ . Шине и проводник се налазе у хомогеном магнетном пољу индукције  $B$ , нормалне на раван шина. Одредити израз за електромоторну силу индуковану у проводнику у функцији времена и означити њен смер на слици.



До произвољног тренутка  $t$  проводник ће прећи пут  $x = vt$ , тако да ће његова активна дужина (део проводника који са шинама чини затворено струјно коло) бити:

$$l = x \operatorname{tg} \alpha = vt \operatorname{tg} \alpha. \quad 1.5 \text{ бод} + 1.5 \text{ бод}$$

У проводнику дужине  $l$  који се креће брзином  $v$  у хомогеном магнетном пољу индукције  $B$  индуковаће се електромоторна сила:

$$e = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = (v B \sin 90^\circ) l \cos 0^\circ = vBl. \quad 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод} + 1 \text{ бод}$$

Коначно,

$$e = v^2 B t \operatorname{tg} \alpha, \quad 1 \text{ бод}$$

смера као на слици.  $2 \text{ бода}$





[www.viser.edu.rs](http://www.viser.edu.rs)

**ОСНОВЕ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ, ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ, мај 2016.**



[www.viser.edu.rs](http://www.viser.edu.rs)

**ОСНОВЕ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ, ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ, мај 2016.**