



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ



ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

РЕШЕЊА

ИЗ

ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

ЗА УЧЕНИКЕ ДРУГОГ РАЗРЕДА

Број задатка

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно
Број бодова												
4 -2	11	8	9	10	4 -2	10	6	7	10	11	10	100 -4

мај 2016.



УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. На питања са предложеним одговором за погрешан одговор добијају се негативни бодови. Највећи могући укупан број бодова је 100.

САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

Уколико нисте потпуно сигурни који од предложених одговора на постављено питање треба заокружити, таква питања треба оставити без одговора. Тако се не добијају бодови “на срећу”, али се сигурно избегавају негативни бодови.

Није мудро да се дуго задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

Срећно!



1. Калем и кондензатор у колу наизменичне струје имају реактивну отпорност зато што се у њима:

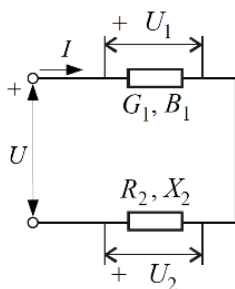
- а) троши електрична енергија
б) акумулира електрична енергија

в) не троши електрична енергија, већ се размењује са генератором 4/-2

- г) не дешава ништа при прогицању наизменичне струје.

☐

2. За део кола простопериодичне струје са слике познато је $G_1 = \frac{1}{37} \text{ mS}$, $B_1 = \frac{6}{37} \text{ mS}$, активна и реактивна снага редне везе првог и другог пријемника $P_{12} = 0.12 \text{ mW}$ и $Q_{12} = -0.16 \text{ mVar}$, а напон U_2 фазно заостаје за струјом I за $\frac{3\pi}{4}$. Израчунати ефективне вредности напона U_1 , U_2 и U .



Комплексна адмитанса првог пријемника је $Y_1 = G_1 + jB_1 = \frac{1+j6}{37} \text{ mS}$ (1 бод), комплексна импеданса је $Z_1 = \frac{1}{Y_1} = (1 - j6) \text{ k}\Omega$ (1 бод), па су резистанса и реактанса $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ и $X_1 = -6 \text{ k}\Omega$. Импеданса овог пријемника је $Z_1 = \sqrt{37} \text{ k}\Omega$ (0.5 бода).

Референтни смерови напона U_2 и струје I нису усаглашени, па је $\varphi_2 = -\frac{3\pi}{4} + \pi = \frac{\pi}{4}$ (2 бода). Важи да је $\tan \varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = 1$ (1 бод) и $\tan \varphi = \frac{X_1 + X_2}{R_1 + R_2} = \frac{Q_{12}}{P_{12}} = -\frac{4}{3}$ (1 бод). Из ових једначина се добија $R_2 = X_2 = 2 \text{ k}\Omega$, па је $Z_2 = 2\sqrt{2} \text{ k}\Omega$ (1 бод).

Импеданса редне везе пријемника је $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} = 5 \text{ k}\Omega$. 1 бод

Из активне снаге редне везе пријемника добија се $I = \sqrt{\frac{P_{12}}{R_1 + R_2}} = 0.2 \text{ mA}$. 1 бод

Тражене ефективне вредности напона су: $U_1 = Z_1 I = 0.2\sqrt{37} \text{ V} \approx 1.22 \text{ V}$ (0.5 бода), $U_2 = Z_2 I = 0.2 \cdot 2\sqrt{2} \text{ V} \approx 0.56 \text{ V}$ (0.5 бода) и $U = ZI = 0.2 \cdot 5 \text{ V} = 1 \text{ V}$ (0.5 бода).

☐



3. Отпорник отпорности R и кондензатор непознате капацитивности везани су у једном случају на ред, а у другом паралелно и прикључени на напон познате ефективне вредности U и кружне учестаности ω . Колика је капацитивност кондензатора ако је фактор снаге исти у оба случаја? Колики је тај фактор снаге?

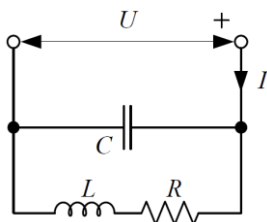
Комплексна импеданса редне везе је $\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$ (1 бод), па је фактор снаге $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$ (1 бод). Комплексна адмитанса паралелне везе је $\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C$ (1 бод), па је фактор снаге $\cos\varphi' = \cos\varphi = \frac{G}{Y} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$ (1 бод).

Једнакост фактора снаге исказана је једначином $\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$ (1 бод), одакле је $\omega RC = 1$ (1 бод), односно $C = \frac{1}{\omega R}$ (1 бод).

Фактор снаге је тада $\cos\varphi = \cos\varphi' = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 1 бод



4. За мрежу са слике познати су параметри елемената L , C и R , при чему је $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$. Извести израз за учестаност при којој су напон и струја на приступу мреже у фази.



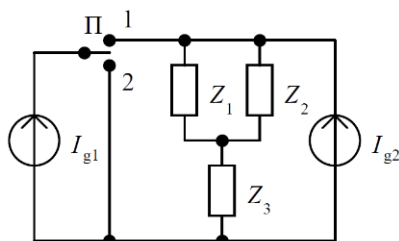
Комплексна еквивалентна адмитанса мреже са слике је $\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2})$ (1 бод + 2 бода). Напон и фаза су у фази ако је комплексна адмитанса чисто реална, односно када је $\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = 0$ (2 бода). Ова једначина има три решења. Једно решење је $\omega_1 = 0$, што одговара сталној струји (када нема смисла говорити о фазама) (1 бод). Друга два решења су $\omega_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$ (1 бод), од којих физички у обзир долази само горњи знак, и то под условом да је $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$. Стога је једино ненулта решење $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$ (1 бод).

Дакле, тражена учестаност је $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$. 1 бод





5. Три пријемника комплексних импеданси $\underline{Z}_1 = (500 - j500) \Omega$, $\underline{Z}_2 = (700 + j100) \Omega$ и $\underline{Z}_3 = (125 + j375) \Omega$ и два генератора простопериодичних струја ефективних вредности $I_{g1} = 40 \text{ mA}$ и непознате I_{g2} , образују коло као на слици. Преклопник П је у положају 1. По пребацивању преклопника П у положај 2, привидна снага другог пријемника је $S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ VA}$, а активна снага свих пријемника се повећа два пута у односу на снагу када је преклопник у положају 1. Одредити комплексну привидну снагу трећег пријемника када је преклопник П у положају 1.



Када је преклопник П у положају 2, ефективна вредност струје другог пријемника је $I_2 = \sqrt{\frac{S_2}{Z_2}} = 10\sqrt{10} \text{ mA}$ (2 бода), а ефективна вредност струје другог струјног генератора је $I_{g2} = I_2 \frac{|\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2|}{Z_1} = 40\sqrt{2} \text{ mA}$ (2 бода). Када је преклопник у положају 1, два струјна генератора се могу заменити једним еквивалентним генератором струје $\underline{I}_g = \underline{I}_{g1} + \underline{I}_{g2}$ (1 бод). Тада је активна снага пријемника два пута мања него када је преклопник у положају 2, што значи да је $I_g = \frac{\sqrt{2}}{2} I_{g2} = 40 \text{ mA}$ (3 бода). Тражена комплексна привидна снага трећег пријемника је $\underline{S}'_3 = \underline{Z}_3 I_g^2 = (0.2 + j0.6) \text{ VA}$ (2 бода).



6. Реактанса и сусцептанса једног истог пријемника:

а) су увек истог знака

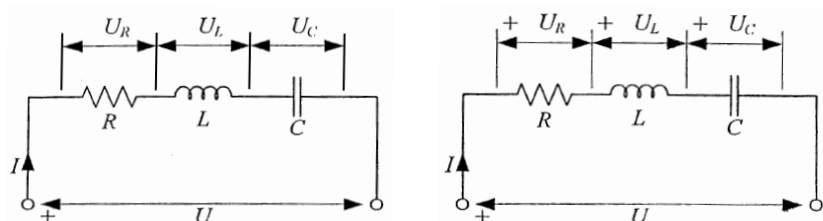
б) су увек различитог знака 4/-2

в) могу бити и истог и различитог знака

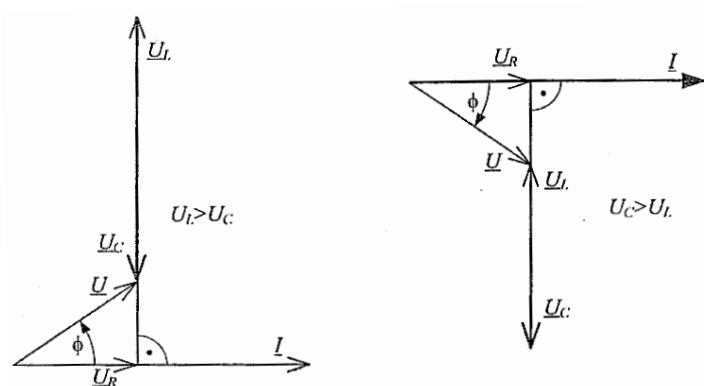




7. За део кола наизменичне струје са слике познате су ефективне вредности напона $U_R = 40\text{ V}$, $U_C = 90\text{ V}$ и $U = 50\text{ V}$. Израчунати ефективну вредност напона калема U_L и фазну разлику напона U и струје I у колу.



За усвојене референтне смерове напона и струје са слике, могу се нацртати фазорски дијаграми, прикани на сликама испод (2 бода). Са фазорских дијаграма је $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$ (1 бод), па је $U_L = U_C \pm \sqrt{U^2 - U_R^2}$ (1 бод). Одавде произилази $U_L^{(1)} = U_C + \sqrt{U^2 - U_R^2} = 120\text{ V}$ (1 бод), што одговара фазорском дијаграму са леве стране, и $U_L^{(2)} = U_C - \sqrt{U^2 - U_R^2} = 60\text{ V}$ (1 бод), што одговара фазорском дијаграму са десне стране.



Фазна разлика напона U и струје I је $\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R}$ (2 бода). Према решењу претходног дела задатка, следи да је $\varphi^{(1)} = \arctg \frac{3}{4} \approx 0.64\text{ rad} \approx 36.9^\circ$ (1 бод) и $\varphi^{(2)} = \arctg \frac{-3}{4} \approx -0.64\text{ rad} \approx -36.9^\circ$ (1 бод).

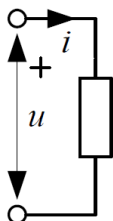
Задатак се може решити и применом комплексног рачуна. По другом Кирхофовом закону је $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$. Комплексна струја кола је $\underline{I} = I e^{j\psi}$, па се може писати $\underline{U} e^{j(\psi+\varphi)} = U_R e^{j\psi} + U_L e^{j(\psi+\frac{\pi}{2})} + U_C e^{j(\psi-\frac{\pi}{2})}$, одакле је, после скраћивања обе стране са $e^{j\psi}$, $\underline{U} e^{j\varphi} = U_R + j(U_L - U_C)$. Из ове комплексне једначине произилазе две реалне једначине, $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$ и $\tg \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}$. На основу тога је $U_L = U_C \pm \sqrt{U^2 - U_R^2}$ и $\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R}$, што даје исте резултате као решавањем у фазорском домену.





8. Тренутна вредност напона пријемника приказаног на слици је $u(t) = 1000\sqrt{2}\sin\omega t \text{ V}$, а тренутна вредност струје је $i(t) = 10\sin(\omega t - \pi/4) \text{ A}$, где је $\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$. Еквивалентирати пријемник **паралелном** везом једног отпорника и једног реактивног елемента.

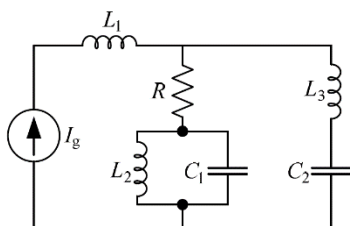
- а) Одредити отпорност тог отпорника.
б) Да ли је тај реактивни елемент калем или кондензатор?
в) Одредити параметар тог реактивног елемента (индуктивност/капацитивност).



- а) У комплексном домену, напон и струја су $\underline{U} = 1000e^{j0} \text{ V}$ (1 бод) и $\underline{I} = 5\sqrt{2}e^{-j\pi/4} \text{ A}$ (1 бод), па је комплексна адмитанса $\underline{Y} = \underline{I}/\underline{U} = (5 - j5) \text{ mS}$ (1 бод). Одатле је $G = 5 \text{ mS}$ и $B = -5 \text{ mS}$. Отпорност отпорника је $R = 1/G = 200 \Omega$ (1 бод).
б) Како је $B < 0$, реч је о калему. 1 бод
в) Индуктивност калема је $L = -1/(\omega B) = 0.2 \text{ H}$. 1 бод



9. У колу простопериодичне струје приказаном на слици комплексна снага идеалног струјног генератора је $\underline{S}_{Ig} = (5 + j15) \text{ VA}$. Израчунати ефективну вредност напона отпорника, уколико је $R = 20 \Omega$.

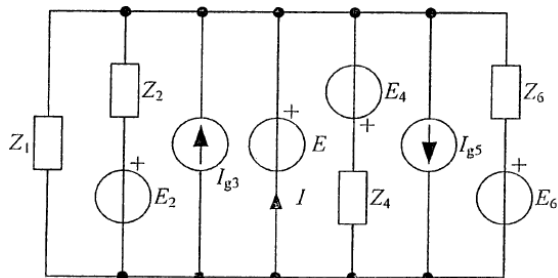


По теореме одржања активне снаге у колу, активна снага струјног генератора, $P_{Ig} = \text{Re}\{\underline{S}_{Ig}\} = 5 \text{ W}$ (5 бодова), једнака је снази отпорника, одакле за ефективну вредност напона отпорника добијамо $U_R = \sqrt{RP_{Ig}} = 10 \text{ V}$ (2 бода).





10. За коло са слике познато је $\underline{Z}_1 = 400 \Omega$, $\underline{Z}_2 = 100(1 - j3) \Omega$, $\underline{Z}_4 = 150(3 - j) \Omega$, $\underline{Z}_6 = -j250 \Omega$, $\underline{E}_2 = -j60 \text{ V}$, $\underline{I}_{g3} = 20(2 + j3) \text{ mA}$, $\underline{E} = 20 \text{ V}$, $\underline{E}_4 = 10(7 + j3) \text{ V}$ и $\underline{I}_{g5} = -j40 \text{ mA}$. Израчунати \underline{E}_6 тако да буде $\underline{I} = 50 \text{ mA}$.



По Кирхофовим законима је:

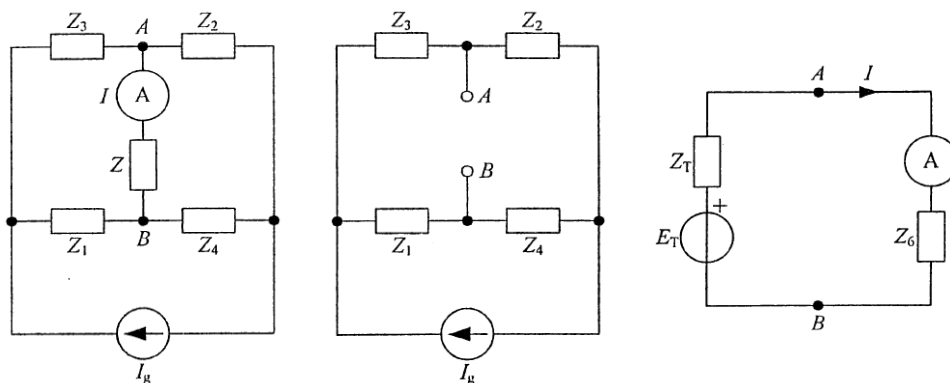
$$I = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E} - \underline{E}_2}{\underline{Z}_2} - \underline{I}_{g3} + \frac{\underline{E} + \underline{E}_4}{\underline{Z}_4} + \underline{I}_{g5} + \frac{\underline{E} - \underline{E}_6}{\underline{Z}_6}. \quad 7 \text{ бодова}$$

Одатле је $\underline{E}_6 = 5(11 + j2) \text{ V}$. 3 бода





11. За коло са слике познато је $\underline{Z}_1 = 10 \Omega$, $\underline{Z}_2 = 30 \Omega$, $\underline{Z}_3 = -j10 \Omega$, $\underline{Z}_4 = j50 \Omega$ и $\underline{Z} = 5(1 + j2) \Omega$. Идеални амперметар A показује вредност струје $I = 4 \text{ mA}$. Израчунати ефективну вредност струје струјног генератора I_g .



На другој слици је приказано коло без гране са амперметром, у односу на коју ћемо применити Тевененову теорему. Напон празног хода је $\underline{U}'_{AB} = \frac{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \underline{Z}_3(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_4)}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} \underline{I}_g$ (3 бода), па је $\underline{E}_T = \underline{U}'_{AB} = \underline{I}_g \cdot 2.5(-1 + j) \Omega$ (2 бода). Када се анулира дејство струјног генератора ($\underline{I}_g = 0$), добија се $\underline{Z}_T = \underline{Z}'_{AB} = \frac{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4)}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = 2.5(5 - j3) \Omega$ (3 бода).

Са треће слике је $\underline{I} = \frac{\underline{E}_T}{\underline{Z}_T + \underline{Z}} = \frac{-3 + j4}{50} \underline{I}_g$ (2 бода), па је ефективна вредности струје струјног генератора $I_g = \frac{50|\underline{I}|}{|-3 + j4|} = 20 \text{ mA}$ (1 бод).





12. Два индуктивно спрегнута калема, реактанси $X_{L1} = 3 \Omega$ и $X_{L2} = 6 \Omega$, везују се редно и прикључују на напон ефективне вредности U . При једној оријентацији калемова струја у колу има ефективну вредност I . Ако се промени оријентација једног од калемова, ефективна вредност струје у колу се смањи на $I/3$. Одредити коефицијент спреге k .

Еквивалентна индуктивност редне везе два спрегнута калема у случају исте оријентације калемова је $L_{e1} = L_1 + L_2 + 2k\sqrt{L_1L_2}$ (2.5 бода), а у случају супротне оријентације калемова је $L_{e2} = L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1L_2}$ (2.5 бода), где је k коефицијент спреге.

Како коефицијент спреге не може бити негативан, можемо писати:

$$U = \omega L_{e1} \cdot \frac{I}{3} = \omega L_{e2} \cdot I \quad \Rightarrow \quad \omega L_{e1} = 3\omega L_{e2} \quad 2 \text{ бода}$$

$$\Rightarrow \omega(L_1 + L_2 + 2k\sqrt{L_1L_2}) = 3\omega(L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1L_2})$$

$$\Rightarrow 8\omega k\sqrt{L_1L_2} = 2\omega L_1 + 2\omega L_2 \quad \Rightarrow \quad 4k\sqrt{X_{L1}X_{L2}} = X_{L1} + X_{L2} \quad 2 \text{ бода}$$

$$\Rightarrow k = \frac{3\sqrt{2}}{8} = 0.53 \quad 1 \text{ бод}$$





www.viser.edu.rs

ОСНОВЕ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ, ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ, мај 2016.



www.viser.edu.rs

ОСНОВЕ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ, ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ, мај 2016.